PANOECONOMICUS, 2011, 2, pp. 157-193
Permission for translation and publication: 26 June 2010.

UDC 336.748
DOI: 10.2298/PAN1102157W
Original scientific paper

Michael Woodford

Department of Economics,
California University,
USA
✉ michael.woodford@columbia.edu

Zahvaljujem se Klaus Adam, George Evans, Lars Hansen, Christian Hellwig, Ricardo Reis, Tom Sargent, Chris Sims, Tom Tallarini, i Tack Yun na komentarima, Mauro Roca na pomoći pri istraživanju, i Nacionalnoj fondaciji za nauku na podršci pri istraživanju kroz donaciju broj SBR-0422403.

Izvorno, rad je objavljen pod naslovom "Robustly Optimal Monetary Policy with Near-Rational Expectations" u American Economic Review, 100(1): 274–303. © 2010 by the American Economic Association. Zahvaljujemo se profesoru Michael Woodford i AEA na dozvoli za prevod i objavljivanje u našem časopisu. (Prim. ur.)

Robustno optimalna monetarna politika sa skoro-racionalnim očekivanjima

Apstrakt: U radu se razmatra optimalna politika monetarne stabilizacije unutar dalekovidog modela kada centralna banka uviđa da očekivanja privatnog sektora ne moraju biti nužno konzistentna modelu, i želi da izabere politiku zadovoljavajuću u slučaju bilo kog uverenja dovoljno bliskog konzistentnosti modela. Utvrđeno je da je obavezivanje i dalje bitno za optimalnu politiku, da optimalni dugoročni inflacioni target nije pod uticajem stepena potencijalnih distorzija verovanja, i da je optimalna politika čak više zavisna od istorijskog konteksta nego u slučaju pretpostavljenih racionalnih očekivanja.

Ključne reči: Optimalna monetarna politika, Obavezivanje, Istorijski-zavisna politika.

JEL: C62, D84, E13, E31, E32, E52.

Veliki broj izvora posmatra optimalno ponašanje monetarne politike pod pretpostavkom racionalnih (ili modelu konzistentnih) očekivanja. Ovi izvori su istakli da je neophodno uzeti u obzir efekte sistematične (a samim tim i predvidljive) komponente monetarne politike o očekivanjima. Na primer, otkriveno je da se obavezivanje ka optimalnoj politici uopšteno razlikuje od politike koja bi bila izabrana putem sekvencijalnog postupka optimizacije bez ranije posvećenosti nekoj budućoj politici. Takođe je utvrđeno da je u velikom broju slučajeva optimalna politika *zavisna od istorijskog konteksta* – funkcija prethodnih uslova koji više ne utiču na stepen do kojeg bi bilo moguće ostvariti stabilizaciju ciljeva iz sadašnjosti pa nadalje.[1]

Oba ova zaključka kritički zavise od ideje da bi ranija posvećenost nekoj budućoj politici promenila očekivanja ljudi nešto ranije. To može da dovede do straha da analize koje pretpostavljaju racionalna očekivanja (RO) preuveličavaju stepen do kojeg neki autoritet u politici može da se osloni na očekivanja privatnog sektora da budu oblikovana svojim posvećenostima politici upravo na način na koji se to od njih očekuje. Šta ako odnos između onoga što centralna banka planira da uradi i onoga što će javnost očekivati da se dogodi nije toliko predvidljiv? Možda će i slučaj ranije posvećenosti politici i slučaj zavisnosti politike od istorijskog konteksta biti znatno oslabljen u više skeptičnom pogledu na preciznost sa kojom se očekivanja javnosti mogu predvideti?

Jedan od načina relaksiranja pretpostavke racionalnih očekivanja je da se agenti modeliraju kao predviđajući pomoću ekonometrijskog modela čiji se

[1] O oba stanovišta se opsežno raspravlja u Woodford (2003, poglavlje 7).

koeficijenti moraju proceniti koristeći podatke koji su primećeni u nekom momentu pre određenog vremena, greške pronađene tokom uzorkovanja će rezultirati prognozama koje donekle odstupaju od precizne konzistentnosti sa modelom analitičara.[2] Međutim, izbor pravila monetarne politike na osnovu njegovog delovanja unutar specifičnog modela „učenja" stvara rizik od pogrešne procene stepena do kog politički analitičar može predvideti, pa samim tim i eksploatisati, greške u predviđanju koje su rezultat određenog načina vrednovanja iz prethodnih zapažanja. Moglo bi se čak zaključiti da optimalna politika prema učenju postiže rezultat bolji nego bilo koja moguća ravnoteža racionalnih očekivanja, podsticanjem sistematskih prognostičkih grešaka one vrste koje će služiti ciljevima stabilizacije centralne banke. Međutim, ako se takva politika smatra mogućom unutar nekog modela učenja koji se smatra verodostojnim (ili čak ako je u skladu sa istorijskim podacima), da li bi zaista imalo smisla da vodi politiku u skladu sa tim, oslanjajući se na javnost da nastavi da pravi upravo one greške koje je ova politika dizajnirana da eksploatiše?

Upravo ovu vrstu pretpostavke naprednog znanja političkog analitičara treba da spreči hipoteza racionalnih očekivanja. Ipak, kao što je potvrđeno, pretpostavka RO takođe podrazumeva i izuzetnu sposobnost političkog analitičara da predvidi upravo ono što će javnost očekivati kada se politika sprovodi na određeni način. U ovom radu umesto toga predlažem pristup analizi politika koji *ne* pretpostavlja da centralna banka može biti sigurna šta će javnost očekivati ako izabere da vodi politiku na određen način. Ipak, ni to ne zanemaruje činjenicu da će ljudi verovatno shvatiti, bar u izvesnoj meri, sistematske obrasce koje je politika stvorila u analizi efekata alternativnih politika. U ovom pristupu, politički analitičar pretpostavlja da očekivanja privatnog sektora ne bi trebalo da budu *mnogo drugačija* od onog što bi model mogao predvideti na osnovu razmatrane politike - pretpostavlja se da ljudi imaju *skoro racionalna očekivanja* (SRO). Međutim, poznato je da bi se niz različitih uverenja mogao kvalifikovati kao SRO. Centralnoj banci (CB) se tada savetuje da izabere politiku koja neće rezultirati lošim ishodom po *bilo kojem* SRO, tj. *robustno* optimalnu politiku uzimajući u obzir neizvesnost oko očekivanja privatnog sektora.

SRO su ovde data precizna značenja specifikacijom kvantitativne mere stepena neslaganja između uverenja privatnog sektora i uverenja centralne banke; politički analitičar se poigrava sa mogućnošću verovatnoće uverenja od strane privatnog sektora koja nisu previše udaljena od uverenja banke po ovoj meri (smanjene relativne entropije). Robustno optimalna politika je onda rešenje minimalno-maksimalnog problema u kome politički analitičar bira politiku kojom umanjuje vrednost funkcije gubitka u slučaju onih iskrivljenih uverenja koja bi *maksimizirala* njene očekivane gubitke na osnovu te politike.

Oba, i ovaj način određivanja skupa razmatranih pogrešnih percepcija i ideja o izboru robustne politike kao minimalno-maksimalni problem, prate rad Lars Peter Hansen i Thomas J. Sargent (2007b). Problem robustne politike koji se ovde razmatra ima neke drugačije elemente, međutim, svi su povezani sa vrstom problema

[2] Primeri analize monetarne politike pod pretpostavkama ove vrste u vezi sa očekivanjima privatnog sektora uključuju Athanasios Orphanides i John C. Williams (2005, 2007) i Vitor Gaspar, Frank Smets, i David Vestin (2006).

koje generalno razmatraju Hansen i Sargent u svom radu. Njihov primarni interes (kao i u inženjerskoj literaturi o robustnoj kontroli) su posledice nesigurnosti političkih analitičara o ispravnosti *sopstvenog* modela ekonomije,[3] a ne o stepenu u kojem će se očekivanja privatnog sektora uskladiti sa njihovim. Mnoge od dostupnih teorija razvijene su za slučajeve u kojima očekivanja privatnog sektora uopšte ne predstavljaju problem.

Hansen i Sargent (2003; 2007b, poglavlje 16) raspravljaju o klasi „*Stackelberg*" problema u kojima „lider" bira politiku uzimajući u obzir ne samo poboljšanje odgovora „sledbenika" na politiku, već takođe i činjenicu da se sledbenik optimizira pod iskrivljenim verovanjima (tj. iskrivljenim sa tačke gledišta lidera) kao posledica zabrinutosti sledbenika za mogući model pogrešne specifikacije.[4] Problem koji se ovde posmatra je sličan, osim što je ovde politički analitičar zabrinut zbog uverenja SRO koja će biti *najgora po sopstvene ciljeve,* dok u Hansen-Sargent igri lider očekuje da će sledbenik delovati na osnovu iskrivljenih verovanja koja bi podrazumevala *najgori mogući ishod za samog sledbenika.*[5] Anastasios G. Karantounias, Hansen, i Sargent (2007) uzimaju u obzir i problem optimalne dinamičke fiskalne politike u kojoj su očekivanja privatnog sektora o nekoj budućoj politici determinante efekata politike, kao i ovde.[6] Međutim, postoji izvesna bojazan u vezi sa mogućom pogrešnom specifikacijom modela političkog analitičara, a pošto se smatra da su u ovom slučaju i cilj političkog analitičara i predstavnika privatnog domaćinstva isti, pogrešne specifikacije za koje se pretpostavlja da zanimaju i političkog analitičara i domaćinstva su iste.

Moglo bi se pomisliti da ta razlika ne bi trebalo da ima neki značaj u praksi, ukoliko se cilj političkih analitičara poklapa sa ciljevima privatnog sektora - kao što bi se moglo pomisliti da bi trebalo u slučaju analize optimalne politike sa stanovišta javnog blagostanja. Međutim, u primeni politike monetarne stabilizacije u nastavku, privatni sektor u stvari nije jedan učesnik, iako pretpostavljam da svi oni koji određuju cene imaju ista iskrivljena verovanja. Nije jasno da li bi uvažavanje zabrinutosti za robustnost od strane pojedinih osoba koje učestvuju u određivanju cena, dovelo do situacije u kojoj bi se svako ponaosob optimizirao kao odgovor na zajednička iskrivljena uverenja koja se podudaraju sa onim uverenjima u okviru kojih je *prosečna* očekivana korisnost najniža.

Međutim, još važnije, čak i u slučaju kada se privatni sektor sastoji od identičnih agenata koji svi rešavaju potpuno isti problem, iskrivljena uverenja od važnosti u Hansen-Sargent analizi su ona koja rezultiraju ravnotežom sa najvećim *subjektivnim gubicima* sa tačke gledišta privatnog sektora. Umesto toga, u problemu

[3] Naravno, ne želim da umanjim značaj ove vrste neizvesnosti praktične analize politike, iako se ovde odvajam od toga kako bih se fokusirao na drugo pitanje.

[4] Hansen i Sargent takođe uzimaju u obzir potencijalnu pogrešnu specifikaciju od strane vođe, ali u ograničavajućem slučaju njihove postavke u kojima $\theta = \infty$ dok je $\theta < \infty$, samo sledbenik razmatra mogućnost da je zajednički „model aproksimacije” netačan; vođa ga smatra tačnim, ali uzima u obzir uticaj brige sledbenika da je model netačan na ponašanje tog sledbenika.

[5] Takođe razmatram različitu klasu mogućih iskrivljenih verovatnoća verovanja (Hansen i Sargent smatraju da samo pomeranja u srednjoj vrednosti uslovne raspodele mogućih vrednosti utiču na poremećaje) i koristim drugu meru stepena izobličenja verovanja privatnog sektora (relativna entropija).

[6] Videti Justin Svec (2008) za analizu sličnog problema.

koji se razmatra ovde, uverenja SRO od važnosti su ona koja rezultiraju ravnotežom sa najvećim očekivanim gubicima u okviru uverenja verovatnoće centralne banke. Iako je funkcija gubitka identična za centralnu banku i za privatni sektor, pretpostavljam da je to procena *političkog analitičara* o očekivanim gubicima koji su važni za robustnu analizu politika.

Broj radova koji takođe razmatra posledice zabrinutosti za robustnost optimalne monetarne politike koristi „novokejnzijanski" model efekata monetarne politike sličan onome koji se pretpostavlja ispod (na primer, Richard Dennis 2007; Kai Leitemo i Ulf Söderstörm 2008; Karl E. Walsh 2004).[7] Kao i Hansen, Sargent, i njihovi koautori, pomenuti autori pretpostavljaju da je problem sumnja političkih analitičara u ispravnost sopstvenog modela, i pretpostavljaju da se u analizi „najgoreg slučaja" političkog analitičara očekuje da su očekivanja privatnog sektora zasnovana na istom alternativnom modelu za koji se plaše da je tačan. Ovi radovi takođe modeliraju vrste razmatranih pogrešnih specifikacija drugačije nego što je ovde urađeno, i (i u slučajevima Dennis i Leitemo-Söderström) pretpostavljaju diskrecione optimizacije u ime centralne banke, umesto analize obavezanosti optimalnoj politici. Ipak, interesantno je posmatrati neke kvalitativne sličnosti zaključaka ovih autora i onih dobijenih u nastavku na osnovu drugih razmatranja.[8]

Odeljak 1 uvodi problem politike koji želim da analiziram, definišući SRO i koncept robustne optimalne politike. Odeljak 2 potom karakteriše obavezanost ka robustnoj optimalnoj politici. Odeljak 3 razmatra, poređenja radi, politiku u Markovljevoj savršenoj ravnoteži u okviru diskrecije sa ciljem da istraži stepen do kojeg obavezanost unapređuje politiku u slučaju SRO. Odeljak 4 predstavlja zaključak.

I. Politike stabilizacije sa skoro-racionalnim očekivanjima

Ovde se razvija opšta ideja prethodno skicirana u kontekstu specifičnog primera koji slabi pretpostavku u vezi sa očekivanjima privatnog sektora u dobro poznatoj analizi (Richard Clarida, Jordi Galí, i Mark Gertler 1999) optimalne monetarne politike kao odgovor na „troškovne šokove". Ovaj primer je odabran, jer će rezultati dobijeni pod pretpostavkom racionalnih očekivanja već biti poznati mnogim čitaocima.

A. Cilj politike

Pretpostavlja se da centralna banka može dovesti do bilo koje željene evolucije inflacije zavisne od stanja π_t i autput gepa x_t koji su konzistentni sa odnosom agregatne ponude

[7] Rani doprinos ovoj literaturi, Marc P. Giannoni (2002), razmatra problem još manje povezan sa problemom koji je ovde obrađen. Ne samo da je Giannoni zabrinut mogućom lošom specifikacijom modela centralne banke, već su i razmatrane politike ograničene parametarskim familijama funkcija koje reaguju na kamatnu stopu.

[8] Na primer, u tri od četiri slučaja razmatrana od strane Leitemo i Söderström (2008), oni nalaze da optimizacija politika vodi ka slabijoj reakciji inflacije na šokove „troškova" koji bi se dogodili u odsustvu brige za robustnost, što važi i ovde, i u uslovima robustno optimalne finansijske obaveze i u robustnoj Markovljevoj savršenoj ravnoteži.

$$\pi_t = \kappa x_t + \beta \hat{E}_t \pi_{t+1} + u_t, \tag{1}$$

gde $\kappa > 0, 0 < \beta < 1,$ $\hat{E}_t[\cdot]$ označava zajednička (iskrivljena) očekivanja privatnog sektora (preciznije, onih koji određuju cene – nazivaću ih očekivanja PS), u zavisnosti od stanja u svetu u vremenskom periodu t i u_t kao egzogenog troškovnog šoka. Analiza je pojednostavljena pod pretpostavkom da svi PS agenti imaju ista očekivanja (iako oni ne moraju biti konzistentni modelu); imajući u vidu ovo, uobičajeni izvodi[9] od (1) kao log-linearna aproksimacija ravnotežne relacije, koja se podrazumeva optimiziranjem ponašanja onih koji određuju cene, sledi kao i pod pretpostavkom postojanja RO.

Cilj politike CB je minimiziranje diskontne funkcije gubitka

$$E_{-1} \sum_{t=0} \beta^t \frac{1}{2} \left[\pi_t^2 + \lambda (x_t - x^*)^2 \right], \tag{2}$$

gde je $\lambda > 0, x^* \geq 0,$ i diskontni faktor β je isti kao u (1). Ovde $E_t[\cdot]$ označava uslovna očekivanja promenljive u okviru uverenja CB koje politički analitičar tretira kao „prave" verovatnoće, jer se analiza vrši sa stanovišta CB koja želi da razmotri efekte mogućih alternativnih politika. (Uslovno očekivanje se uzima imajući u vidu stanje privrede u tom trenutku -1, odnosno, pre realizacije perioda nultog poremećaja.) Nisu dopuštene nikakve neizvesnosti od strane CB o verovatnoći sa kojima se razna „objektivna" stanja sveta (istorije egzogenih poremećaja) javljaju, u cilju fokusiranja na pitanje neizvesnosti o očekivanjima PS.[10] CB smatra da je egzogeno stanje u_t nezavisno izvedeno iz svakog perioda na osnovu normalne distribucije, konkretno, smatra da je

$$u_t = \sigma_u w_t, \tag{3}$$

gde se w_t distribuira i.i.d. $N(0, 1)$.[11] Treba imati na umu da se za ovo obeležje zajedničke distribucije $\{u_t\}$ ne pretpostavlja da je ispravno shvaćeno od strane PS.

Pretpostavimo da CB bira (jednom za svagda, na neki određen datum) politiku zavisnu od stanja države $\pi_t = \pi(h_t)_x$, gde je $h_t \equiv (w_t, w_{t-1}, ...)$ istorija svih realizacija egzogenih stanja privrede. Pretpostavljamo da je obavezanost ove vrste moguća do mere do koje se pokaže poželjna, i videćemo da je poželjno da se unapred izvrši politika koja se razlikuje od one koja bi bila *ex post*, čim bi efekti nečije odluke o ranijim inflatornim očekivanjima mogli da budu zanemareni. Takođe pretpostavljamo da *primena* inflacione stope, izabrane u zavisnosti od stanja u državi, ne predstavlja problem za centralnu banku kada do date situacije h_t dođe.[12]

---

[9] Videti, na primer, Woodford (2003, poglavlje 3).

[10] Stoga, ovde se udaljavam od glavne vrste neizvesnosti opisane od strane Hansen i Sargent (2007b).

[11] Ovakvo shvatanje nam dozvoljava da razmatramo efekte promene u volatilnosti troškovnih šokova, bez menjanja verovanja CB o verovatnoći različitih stanja identifikovanim istorijama $\{wt\}$.

[12] Čak i kada je tako, pretpostavka da se CB obavezuje na određen nivo inflacije zavisno od stanja u ekonomiji, a ne na Tejlorovo pravilo ili na zadovoljavanje nekog drugog oblika kriterijuma cilja, nije

Ovo će verovatno zahtevati činjenicu da neko u centralnoj banci može posmatrati kakva su inflatorna očekivanja PS u vreme sprovođenja politike (kako bi se utvrdila nominalna kamatna stopa koja bi dovela do određene stope inflacije).[13] Pretpostavljam neizvesnost u vezi sa očekivanjima PS samo u vreme izbora obavezivanja ka određenoj politici zavisnoj od stanja. Imajmo na umu da bilo koja takva strategija π(•), podrazumeva jedinstveno definisanu, stanjem uslovljenu evoluciju i inflacije i autput gepa (ako uzmemo u obzir uverenja PS), koristeći jednačinu (1), i samim tim dobro definisanu vrednost za očekivane gubitke CB (2).

Analiza je znatno prilagodljivija ukoliko je skup razmatranih strategija više ograničen. *Linearna politika* je politika u okviru koje je planirana ciljana inflacija u bilo kom trenutku linearna funkcija istorije šokova,

$$\pi_t = \alpha_t + \sum_{j=0}^{t} \phi_{j,t} w_{t-j} \tag{4}$$

za neke koeficijente $\{\alpha_t, \phi_{j,t}\}$ koji mogu biti vremenski promenljivi, ali se razvijaju *deterministički*, pre nego da zavise od istorije šokova. Ograničenje pažnje na politiku u ovoj klasi ima prednost, rešenje za skoro-racionalna očekivanja najgoreg slučaja u zatvorenoj formi je moguće, kao što je prikazano u odeljku II.[14] I optimalna politika prema RO, koju karakterišu Clarida i ostali (1999), pripada ovoj porodici politika. U slučaju zabrinutosti za robustnost u odnosu na skoro racionalna očekivanja, ograničenje na linearne politike više nije bezopasno. Međutim, karakterizacija robustno optimalne politike unutar ove klase politika je ipak interesantna. Kao što ćemo videti, optimalna politika u okviru RO više nije optimalni izbor, čak i u okviru ove ograničene klase politika, a koeficijenti pravila robustno optimalne linearne politike obezbeđuju pogodnu parametrizaciju načina na koje zabrinutost za robustnost menja optimalno ponašanje politike.[15] Štaviše, politika (Markovljeva savršena ravnoteža) koja proizilazi iz diskrecione optimizacije u okviru RO je takođe linearna politika. Prema tome, razmatranje robustno optimalne politike unutar ove klase je dovoljno da nam omogući da utvrdimo u kojoj meri dozvola za odstupanje

---

bezopasna. Korišćenje ovakvog predstavljanja obavezanosti ka politici bilo bi bezopasno u analizi RO, poput one koje zastupaju Clarida i ostali (1999), jer efektivno biramo među svim mogućim ravnotežama RO. Međutim, ovde različite predstave politike ne moraju uvek dovoditi do istog skupa alokacija ravnoteže koje su u skladu sa skoro-racionalnim očekivanjima. Ovo postavlja pitanje koji je oblik obavezanosti politici najrobustniji za potencijalna odstupanja od racionalnih očekivanja, tema kojom bi se trebalo pozabaviti u daljem radu. Ne treba pretpostaviti da je robustno optimalna strategija u ovoj klasi neophodno optimalna i u okviru šire klase specifikacija.

[13] Uopšteno, sprovođenje željene stope inflacije zavisne od stanja, bez obzira na prirodu (verovatno iskrivljenih) inflatornih očekivanja PS, zahteva od CB da direktno prati i odgovara na pomenuta očekivanja, kao i u pristupu za implementaciju „zasnovanom na očekivanjima” koji predlažu George W. Evans i Seppo Honkapohja (2003).

[14] Da budemo precizni, ono što je potrebno jeste da politika bude *uslovno* linearna, u smislu koji je definisan u (9) ispod. U slučaju da se $\{u_t\}$ razvija u skladu sa opštijim linearnim procesom, umesto da bude i.i.d., ono što je potrebno je uslovna linearnost u *inovaciji* perioda t, a ne nužno linearnost u poremećaju u_t, kao što je prikazano u Woodford (2005).

[15] Razmatranje mere do koje bi se robustno optimalna politika unutar fleksibilnije klase razmatranih politika, mogla razlikovati od robustno optimalne linearne politike je važna tema za dalja istraživanja.

od RO može dovesti do toga da optimalna politika liči na diskrecionu politiku u okviru analize RO.

B. Skoro racionalna očekivanja

Sada se okrećem specifikaciji uverenja PS. Ona će biti opisana merama verovatnoće preko mogućih puteva za razvoj egzogenih i endogenih promenljivih koje ne moraju da se poklapaju sa promenljivima političkih analitičara. Pretpostavljamo da u svakoj ravnoteži, koja je razmotrena od strane političkog analitičara, kao mogući ishod unutar date politike očekujemo da PS deluje na osnovu koherentnog sistema uverenja verovatnoće koja se održavaju u toku vremena.[16] (Tako su uslovne verovatnoće PS bilo kog datuma *t* određene Bejzijanskim ažuriranjem, imajući u vidu prethodne, a ne moguće puteve i puteve egzogenih i endogenih promenljivih do tog određenog datuma.) Ova uverenja o verovatnoći ne moraju da odgovaraju nijednoj posebnoj teoriji o tome kako su inflacija ili neke druge promenljive određene. Ni politički analitičar ne pretpostavlja da PS veruje da je inflacija određena novokejnzijanskom Filipsovom krivom, niti da veruje da je u nekoj drugoj teoriji pretpostavka o „skoroj-racionalnosti" zapravo pretpostavka o stepenu korespondencije između uverenja verovatnoće PS (ma kako dobijene) i uverenja samog političkog analitičara.[17]

Sve dok nam nije potrebno da analitičar pretpostavlja da se uverenja PS o verovatnoći podudaraju upravo sa njegovim, ne predlažem da bi trebalo da očekuje od njih da budu potpuno drugačija od njegovih sopstvenih kalkulacija o mogućnostima drugačijih ishoda. Jedina razumna vrsta usaglašenosti sa zahtevima je da se pretpostavi da su privatna uverenja *apsolutno kontinuirana* uzimajući u obzir uverenja analitičara, što znači da će se privatni agenti složiti sa analitičarima o tome koji ishodi su mogući. (Tačnije, pretpostavićemo da su sva razmatrana uverenja PS apsolutno kontinuirana u *konačnim vremenskim intervalima*, kao što stoji u Hansen i ostali 2006.[18]) Tako, ako nas politika uverava da se nešto uvek dešava ili da se *nikad* ne dešava, politički analitičar očekuje da PS ovo primeti, iako mogu pogrešno prosuditi verovatnoću događaja koji se pojavljuju sa verovatnoćom od nule do jedan.

Pretpostavka apsolutne kontinuiranosti podrazumeva da mora postojati skalarno vrednovan „faktor distorzije" m_{t+1}, funkcija istorije egzogenog stanja do te tačke h_{t+1}, koja zadovoljava

$$m_{t+1} \geq 0 \text{ a.s.}, E_t\,[m_{t+1}\,] = 1,$$

tako da je

[16] Ovo se razlikuje od pretpostavke date u analizama optimalne politike sa „učenjem" PS, kao što predlažu Orphanides i Williams (2005, 2007) ili Gaspar i ostali (2006).

[17] Prema tumačenju uzetom ovde, konvencionalna hipoteza RO nije pretpostavka da ljudi „znaju pravi model" i pravilno rešavaju jednačine, već pretpostavka da imaju uverenja o verovatnoći koja se *poklapaju sa proračunom* analitičara o ishodima ravnoteže. Može se pomisliti da ova slučajnost nastaje jer ljudi u ekonomiji dele model analitičara; ali isto se može očekivati da proističe iz posmatranja empirijskih učestalosti, bez bilo kakvog razumevanja zašto ove verovatnoće predstavljaju ravnotežu.

[18] To znači da omogućavamo pogrešne specifikacije koje treba otkriti u slučaju uzorka podataka beskonačne dužine, sve dok ih nije lako uočiti pomoću konačnog skupa podataka. Kao što Hansen i ostali diskutuju, ovo je neophodno ukoliko želimo da politički analitičar bude zabrinut zbog mogućih pogrešnih specifikacija koje nastavljaju da važe i u budućnosti.

$$\hat{\mathrm{E}}_{\mathrm{t}}\left[X_{t+1}\right]=E_t\left[m_{t+1}X_{t+1}\right]$$

za bilo koju proizvoljnu promenljivu X_{t+1}.[19] Kao rezultat, možemo pretpostaviti da ljudi tačno razumeju mapiranje ravnoteže iz stanja u svetu do ishoda – stoga, funkciju X_{t+1} (h_{t+1}) – čak iako pogrešno dodeljuju verovatnoću stanjima u svetu, kao što bi bilo traženo za ravnotežu RO. Pretpostavljam ovo, međutim, *ne* na osnovu toga što ljudi shvataju ili se slažu sa modelom ekonomije političkog analitičara, već jednostavno na osnovu toga što se oni slažu sa političkim analitičarem oko događaja sa nultom verovatnoćom; pošto je u ravnoteži (prema proračunima političkog analitičara) istorija h_{t+1} *nužno* povezana sa određenom vrednošću X_{t+1}. Takođe se očekuje od PS da dodeli verovatnoću vrednosti X_{t+1} u slučaju da je istorija h_{t+1} realizovana, iako ne moraju da se slože sa analitičarem o verovatnoći ovog događaja.

Ovaj prikaz iskrivljenih uverenja privatnog sektora je koristan u definisanju mere udaljenosti uverenja privatnog sektora od uverenja političkih analitičara. Kao što je diskutovano u Hansen i Sargent (2005; 2007a, b) *relativna entropija*

$$R_{\mathrm{t}} \equiv E_{\mathrm{t}}\ [m_{\mathrm{t}+1} \log m_{\mathrm{t}+1}]$$

je mera udaljenosti (jedan period unapred) uverenja PS od uverenja CB sa brojnim dopadljivim svojstvima.[20] Konkretno, uverenja PS koja nisu previše različita od uverenja političkih analitičara, u smislu da je R_t malo, su ona koja (prema verovanjima analitičara) privatni agenti ne bi bili u stanju da ne potvrde posmatranjem ishoda ponavljanja igre, osim u slučaju velikog broja ponavljanja (broj za koji se očekuje da će biti potreban je veći, a relativna entropija je manja). Stoga možemo posmatrati bilo koje dato iskrivljeno uverenje kao verodostojnije ako je Rt manje.

Ukupni stepen izobličenja uverenja PS o verovatnoći mogućih istorija tokom neodređene budućnosti može se pored toga meriti i diskontnim kriterijumom relativne entropije,

$$E_{-1}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t m_{t+1}\log m_{t+1},$$

kao što je naglašeno u Hansen i Sargent (2005). Pretpostavićemo da politički analitičar želi da se čuva od ishoda koji mogu nastati pod bilo kojim uverenjima PS koja ne uključuju preveliku vrednost ovog kriterijuma. Prisustvo diskontnog faktora β^t u ovom izrazu podrazumeva da zabrinutost CB u vezi sa potencijalnim pogrešnim razumevanjem od strane PS ne nestaje asimptotski; ovo omogućava vremenski

[19] Postojanje funkcije $m(h_{t+1})$ garantovano je *Radon-Nikodym* teoremom. U slučaju diskretnog skupa stanja *w* koja su moguća na dan $t + 1$, s obzirom na stanje ekonomije na dan *t, m(w)* je jednostavno odnos $\hat{\pi}(w)/\pi(w)$ gde je $\pi(w)$ verovatnoća koju dodeljuje CB stanju *w*, i $\hat{\pi}(w)$ je verovatnoća koju PS dodeljuju tom stanju. Ovaj način opisivanja iskrivljenih verovanja koriste, na primer, Hansen i Sargent (2005, 2007a) i Hansen i ostali (2006).

[20] Na primer, R_t je pozitivno vrednovana, konveksna funkcija mere iskrivljene verovatnoće, jedinstveno minimizirana (sa vrednošću nula) kada je $m_{t+1} = 1$ gotovo sigurno (slučaj RO).

invarijantnu karakterizaciju robustno optimalne politike u kojoj zabrinutost za robustnost ima netrivijalne posledice.[21]

Tačnije, pretpostavimo da politički analitičar nastoji da obezbedi što je moguće manju vrednost proširene funkcije gubitka

$$E_{-1}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t \frac{1}{2}\left[\pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2\right] - \theta E_{-1}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t m_{t+1}\log m_{t+1}$$

u slučaju bilo kakvih mogućih uverenja PS.[22] Prisustvo drugog termina ukazuje na to da politički analitičar nije zabrinut zbog činjenice da bi ishodi mogli biti lošiji (sa stanovišta cilja stabilizacije (2)) u slučaju iskrivljenih očekivanja PS, sve dok je udaljenost konkretnog uverenja od uverenja CB (kao što meri relativna entropija) dovoljno velika u odnosu na povećane gubitke stabilizacije. Stoga, analitičar će brinuti samo o iskrivljenim uverenjima privatnog sektora koja bi trebalo da budu laka za opovrgavanje u slučaju da bi ovaj vid razlika u uverenjima bio posebno problematičan za određenu politiku koja je pod razmatranjem.[23] Koeficijent $\theta > 0$ meri stepen zabrinutosti analitičara za moguća odstupanja od RO, uz malu vrednost θ koja podrazumeva visok stepen zabrinutosti za robustnost, dok veća vrednost θ podrazumeva da se samo skromna odstupanja od RO mogu smatrati uverljivim. U ograničenju, kako $\theta \to \infty$, analiza RO je povraćena kao granični slučaj trenutne.

C. Robustno optimalno obavezivanje

U slučaju bilo kakve obavezanosti politici $\{\pi_t\}$ razmatrane od strane političkog analitičara, i bilo kakvih iskrivljenih uverenja PS opisanih faktorom distorzije $\{m_{t+1}\}$, može se odrediti podrazumevana vrednost (5) rešavanjem procesa ravnoteže $\{X_t\}$ koji se podrazumeva pod (1). Neka se ova vrednost označava sa χ (π, m). *Robustno optimalna politika* je onda politika π koja minimizira

$$\overline{\mathcal{L}}(\pi) \equiv \sup_m \mathcal{L}(\pi, m) \tag{6}$$

[21] Ako se izostavi diskontni faktor β^t u našoj meri udaljenosti, posledice su iste za cilj (5) ukoliko se pretpostavi, umesto konstantnog „troška" θ odstupanja od uverenja CB, trošak $\theta\beta^{-t}$ koji raste što dalje gledamo u budućnost. Ali, velike vrednosti θ omogućavaju manja odstupanja od RO, tako da bi takva specifikacija podrazumevala mnogo manje prostora za potencijalna pogrešna razumevanja PS daleko u budućnosti, u odnosu na jedno usvojeno ovde. Pokazujemo da je pod specifikacijama predloženim ovde, stepen distorzije uključen u uverenja SRO o „najgorem slučaju" koje razmatra politički analitičar, vremenski invarijantan. Vidi Hansen i ostali (2006) za diskusiju o ovom pitanju u kontekstu vremenski kontinuirane analize.

[22] Tehnički, ovaj kriterijum je definisan samo za uverenja PS koja zadovoljavaju uslov apsolutnog kontinuiteta o kom je gore diskutovano. Ali, ako definišemo relativnu entropiju da bude $+\infty$ u slučaju bilo kakvih uverenja koja nisu apsolutno kontinuirana, uzimajući u obzir i uverenja CB, onda se (5) može definisati za proizvoljna uverenja PS.

[23] „Preferencije multiplikatora" ovog oblika intenzivno koriste Hansen i Sargent (2007b) kako bi oblikovali model robustnog donošenja odluka. Aksiomatske osnove za preferencije ovakvog oblika obezbedio jeTomasz Strzalecki (2008).

kako bi se obezbedila što je moguće niža gornja granica za vrednost (5) unutar bilo koje ravnoteže koja može nastati tokom potrage za politikom.[24]

Problem politike (6) se može posmatrati kao „igra" između CB i „zlonamernog agenta" koji bira uverenja PS kako bi osujetio ciljeve CB. Međutim, naš interes za ovaj problem ne zavisi od bilo kakvog verovanja u postojanje takvog agenta. Razmatranje problema minimalno-maksimalno (6) je jednostavno način da se osigura da je izabrana politika najrobustnija moguća za sva moguća udaljavanja od RO bez žrtvovanja previše ciljeva stabilizacije CB. Takođe, ponekad pretpostavljamo da izbor politike koja minimizira (6) zahteva ekstremni pesimizam od strane političkog analitičara, jer se samo iskrivljena uverenja o „najgorem-slučaju" koriste da se proceni svaka razmatrana politika. Međutim, upotreba ovog kriterijuma ne zahteva da politički analitičar veruje da je ravnoteža koja bi nastala kao rezultat uverenja PS o najgorem slučaju PS (distorzija m koja rešava problem „zlonamernog agenta") ona koja *mora da se desi*. Problem „zlonamernog agenta" razmatramo samo zato što je to pogodan matematički pristup za utvrđivanje gornje granice gubitka u datoj politici.

Politika $\{\pi_t\}$ za periode $t \geq 0$ koja minimizira (6), bez bilo kakvih ograničenja van pretpostavke linearnosti (4), uopšteno nije vremenski-invarijantna (optimalni koeficijenti za pravilo π_t će varirati u zavisnosti od datuma t), a takođe nije vremenski konzistentna (reoptimizacija u nekom narednom periodu neće navesti političkog analitičara da odabere nastavak toka inflacionih obaveza izabranih na datum nula) iz razloga koji su poznati na osnovu literature o analizi u okviru RO.[25] Obe komplikacije proizilaze iz činjenice da se pretpostavlja da CB može da izabere stopu inflacije za period nula, bez potrebe da se uzmu u obzir svi efekti ovog izbora na inflaciona očekivanja pre datuma nula, dok inflaciona stopa koja se bira za svaki datum $t \geq 1$ ima posledice po inflatorna očekivanja PS[26], a samim tim i na izvodljiv stepen inflacije i autput gepa u ranijim periodima. Možemo, umesto toga, dobiti problem optimalne politike sa rekurzivnom strukturom (rešenje za vremenski invarijantno pravilo politike) ako, umesto misleći da politički analitičar bira tok (verovatno vremenski promenljiv) inflacione obaveze $\{\pi_t\}$ za sve periode $t \geq 0$ posmatramo samo problem izbora optimalnog toka inflacionih obaveza za periode $t \geq 1$, uzimajući kao datu posvećenost $\pi_0(w_0)$ koju politika CB mora ispuniti.[27]

---

[24] Alternativno, može se pretpostaviti da bi politički analitičar trebalo da izabere politiku koja minimizira vrednost (2) u okviru uverenja SRO o najgorem slučaju, gde su potonji definisani kao distorzije m koje rešavaju unutrašnji problem (6). Pored privlačnosti aksiomatskih osnova koje nudi Strzalecki (2009) za „preferencije multiplikatora" korišćenih ovde, ova formulacija ima prednost mogućnosti oponiranja ciljeva političkog analitičara i „zlonamernog agenta", tako da je „politika igre" između njih igra bez dobiti. Ovo može imati prednosti pri karakterizaciji rešenja, iako se nismo oslanjali na ovaj aspekt igre u analizi ispod. Problem politike monetarne stabilizacije analiziran je pod alternativnom pretpostavkom u Woodford (2006), a isti kvalitativni rezultati dobijeni su u tom slučaju, iako je nešto od algebre drugačije. Vidi Woodford (2005, Prilog A.3) za poređenje rezultata u okviru alternativnih pretpostavki.

[25] Ovo pitanje je detaljnije diskutovano u Woodford (2003, poglavlje 7).

[26] Iako ne pretpostavljamo da očekivanja PS moraju tačno da se podudaraju sa namerom politike CB, kao u analizi RO, namera politike CB zavisne od stanja utiče na verodostojnost pojedinih inflatornih očekivanja PS, sve dok je $\theta > 0$.

[27] Ista vrsta početne obavezanosti definiše optimalnu politiku „iz bezvremenske perspektive" u analizi RO koja je predstavljena u Woodford (2003, poglavlje 7).

Pretpostavimo da je početna inflaciona obaveza sama po sebi linearna,

$$\pi_0(w_0) = p_{-1}^0 + p_{-1}^1 w_0, \tag{7}$$

za neke koeficijente (p_{-1}^0, p_{-1}^1), i pretpostavimo da inflacione obaveze koje su odabrane za periode $t \geq 1$ mogu da zavise od vrednosti p_{-1}^0, kao i od šokova koji se pojavljuju u nultim periodima tokom t. Stoga razmatramo politike koje mogu biti napisane u obliku

$$\pi_t = \alpha_t + \gamma_t p_{-1}^0 + \sum_{j=0}^{t} \phi_{j,t} w_{t-j}, \tag{8}$$

za neke koeficijente $\{\alpha_t, \gamma_t, \varphi_{j,t}\}$. Poseban termin $\gamma_t\ p^0_{-1}$ je značajan zato što pretpostavljam da su koeficijenti linearnog pravila izabrani pre nego što je vrednost p^0_{-1} poznata, i da se primenjuju bez obzira na tu vrednost (koja može zavisiti od stanja ekonomije na datum -1). Neka Φ označava skup linearnih politika za datume $t \geq 1$ oblika (8).

Takođe će biti korisno da razmotrimo širi skup Π *uslovno linearnih politika* u kom stopa inflacije, zavisna od stanja u ekonomiji, može u jednom periodu u budućnosti biti napisana kao

$$\pi_{t+1}(w_{t+1}) = p_t^0 + p_t^1 w_{t+1} \tag{9}$$

u bilo kom periodu $t \geq 0$, gde p^0_t može zavisiti i od stanja h_t i početnog uslova p^0_{-1}, ali p^1_t zavisi samo od datuma. Svaka politika $\phi \in \Phi$ odgovara politici $p \in \Pi$, gde je koeficijent p izražen kao

$$p_t^0(h_t; p_{-1}^0) = \alpha_{t+1} + \gamma_{t+1} p_{-1}^0 + \sum_{j=1}^{t+1} \phi_{j,t+1} w_{t+1-j},$$

$$p_t^1 = \phi_{0,t+1}$$

za svako $t \geq 0$.

Za bilo koje dato početno obavezivanje $(p_{-1}^0 p_{-1}^1)$ i politiku $p \in \Pi$, možemo izračunati očekivanu vrednost za proširenu funkciju gubitka $\mathcal{L}(p^0_{-1}\ p^1_{-1}, p, m)$, kao što je napred istaknuto, u slučaju bilo kojih razmatranih PS uverenja m; i shodno tome možemo definisati gornju granicu $\overline{\mathcal{L}}(p^0_{-1}, p^1_{-1}, p)$. Sada pretpostavimo da je koeficijent p^0_{-1} izveden iz distribucije ρ, i da politika p, navodeći koeficijente (9) za sva moguća stanja na datume $t \geq 0$, mora biti izabrana kako bi se primenila u slučaju bilo koje realizacije p^0_{-1} kao podrška ovoj distribuciji. (PS uverenja m mogu zavisiti od realizacije p^0_{-1}). Onda je gornja granica vrednosti $E_\rho[\mathcal{L}(p^0_{-1}, p^1_{-1}, p, m)]$, za datu politiku p jednaka

$$\hat{\mathcal{L}}(p; p^1_{-1}\ \rho) \equiv E_\rho[\overline{\mathcal{L}}(p^0_{-1}\ p^1_{-1}\ p)],$$

gde $E\rho$ označava integraciju oko raspodele ρ mogućih vrednosti za p^{0}_{-1}. Obavezanost ka *robustnoj optimalnoj* linearnoj politici je onda skup koeficijenata $\phi \in \Phi$ koji rešava problem

$$\inf_{\phi \in \Phi} \hat{\mathcal{L}}(p(\phi); p^{1}_{-1}\ \rho), \tag{10}$$

gde $\phi \in \Phi$ identifikuje koeficijente $\{p_t^0 p_t^1\}$ koji odgovaraju svakoj datoj linearnoj politici ϕ.

Pretpostavljena početna obaveza je *samo-konzistentna* ako je u takvom obliku obavezivanja da politički analitičar bira u narednim periodima u okviru problema koji je upravo definisan.[28] Da budemo precizni, početna obavezivanja $\overline{p}^{1}, \overline{p}$ su samo-konzistentna ukoliko je, kada postavimo $p^1_{-1} = \overline{p}_1, \rho = \overline{\rho t}$, ravnoteža najgoreg slučaja povezana sa politikom ϕ koja rešava (10) na takav način da je: (i) $p_t^1 = \overline{p}_1$ za svako $t \geq 0$; i (ii) bezuslovna distribucija ρ_t vrednosti za koeficijent p_t^0 (integrisanje preko distribucije ρ mogućih vrednosti za p^{0}_{-1} i preko distribucije mogućih šokova u svakom od perioda kroz t) jednaka $\overline{\rho}$ za svako $t \geq 0$. Možemo pokazati da je samo-konzistentna specifikacija početnih obavezivanja moguća, a u ovom slučaju robustno optimalna linearna politika ima vremenski invarijantan oblik, kao što je diskutovano u narednom odeljku.

II. Robustno optimalna linearna politika

U ovom delu karakterišemo rešenje problema optimalne politike u okviru obavezivanja definisanih u prethodnom odeljku, i upoređujemo je sa optimalnom politikom u okviru obavezivanja u analizi RO (kao što je izvedeno iz, na primer, Clarida i ostali 1999). To znači pronalaženje linearne politike ϕ oblika (8) koja rešava (10) u slučaju da su p^1_{-1}, ρ samo-konzistentna početna obavezivanja $\overline{p}^{1}, \overline{\rho}$.

A. Uverenja SRO o „najgorem slučaju”

Počinjem karakterizacijom SRO uverenjima o „najgorem slučaju" u slučaju bilo koje uslovno linearne politike $\{\pi_t\}$. Ona se odlikuju procesom $\{m_{t+1}\}$ koji rešava problem „zlonamernog agenta” na desnoj strani (6). To je proces $\{m_{t+1}\}$ za svako $t \geq 0$ koje maksimizira (5) pod ograničenjem da je $E_t m_{t+1} = 1$ u svakom trenutku, gde je na svaki datum x_t rešenje jednačine

$$\pi_t = \kappa x_t + \beta E_t\left[m_{t+1}\pi_{t+1}\right] + u_t. \tag{11}$$

Ovaj problem je, zauzvrat, ekvivalentan nizu problema u kojima za svaku moguću istoriju h_t, funkcija specifikuje m_{t+1} kao funkciju realizacije w_{t+1}, i izabrana je kako bi se maksimiziralo

[28] Vidi Woodford (2003, poglavlje 7) za pojam samo-konzistentnosti koji se pominje ovde.

$$\frac{1}{2}\left[\pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2\right] - \theta E_t\left[m_{t+1}\log m_{t+1}\right] \tag{12}$$

podložno ograničenju da je $E_t m_{t+1} = 1$, gde je opet x_t dato u (11). Ovaj problem jednog perioda ima rešenje zatvorenog oblika u slučaju da je obavezivanje $\pi_{t+1}(w_{t+1})$ uslovno linearnog oblika (9) gde su koeficijenti (p_t^0, p_t^1) zavisni samo od istorije h_t.

Primećujemo da unutrašnje rešenje problema maksimiziranja (12) postoji samo ako je[29]

$$\left|p_t^1\right|^2 < \frac{\theta}{\beta^2}\frac{\kappa^2}{\lambda}. \tag{13}$$

Inače, cilj (12) je *konveksan*, a očekivanja o najgorem slučaju uključuju ekstremne distorzije koje rezultiraju neograničenim gubicima za CB. Očigledno, za CB je optimalno da izabere linearnu politiku tako da p^1_t zadovoljava granice (13) u svakom trenutku. Ovo omogućava neposredni kontrast sa optimalnom politikom u okviru RE, gde je optimalni koeficijent P_1 (koji je konstantan tokom vremena) proporcionalan σ_u, standardnom devijacijom troškovnih šokova.[30] Bar je za velike vrednosti σ_u, evidentno da zabrinutost za robustnost dovodi do *manje osetljivosti* inflacije na poremećaje u šokovima (manje $|p^1_t|$). Takođe primećujemo da to dovodi do neuspeha *ekvivalentnosti sigurnosti*, jer to bi zahtevalo da p^1_t raste u proporciji sa σ_u.

U slučaju zadovoljavanja linearne politike (13) u okviru SRO uverenja o najgorem slučaju, centralna banka strahuje da će PS očekivati da w_{t+1} bude uslovno distribuirano kao $N(\mu_t,1)$.[31] Ako je $p^1_t = 0$, $\mu_t = 0$, dok ako $p^1_t \neq 0$,

$$\mu_t = (\bar{\pi}_t - p_t^0)/p_t^1 \tag{14}$$

gde je inflaciono očekivanje najgoreg slučaja (vrednost $\hat{E}_t\pi_{t+1}$) dato kao

$$\bar{\pi}_t = \Delta_t^{-1}\left[p_t^0 - (\pi_t - u_t - \kappa x^*)\frac{\beta\lambda}{\theta k^2}\left|p_t^1\right|^2\right], \tag{15}$$

$$\Delta_t \equiv 1 - \frac{\beta^2}{\theta}\frac{\lambda}{\kappa^2}\left|p_t^1\right|^2 > 0. \tag{16}$$

Uverenja SRO o najgorem slučaju iskrivljuju inflatorna očekivanja PS uz poštovanje p^0_t (očekivanja CB) u pravcu suprotnom od onog koji je potreban da bi se x_t približilo

[29] Vidi Prilog A1 za izvođenje ovog uslova, kao i rezultate navedene u naredna dva pasusa. Strogo govoreći, moguće je da nejednakost (13) bude samo slabo zadovoljena, ako p_t^0 zadovoljava određene linearne odnose navedene u Prilogu; Prilog takođe tretira ovaj slučaj, koji je izostavljen radi jednostavnosti. Pokazano je u delu A2 da je u robustnoj optimalnoj linearnoj politici, nejednakost stroga.

[30] Vidi, na primer, jednačinu (26) ispod.

[31] Kao što je prikazano u Woodford (2005), ovaj rezultat može lako da se proširi na slučaj vektora inovacija od kojih π_{t+1} može da zavisi linearno, generalizujući formule za skalarni slučaj predstavljen ovde.

x^*, a to iskrivljenje je veće što je veća osetljivost (sledećeg perioda) inflacije na neočekivane šokove, postajući bez sumnje veća kako se granica (13) približava. Kao posledice ove mogućnosti, CB strahuje od autput gepa koji je jednak

$$x_t^{pess} - x^* = \frac{(\pi_t - u_t - \kappa x^*) - \beta p_t^0}{k\Delta_t}. \tag{17}$$

Imajte na umu da je x_t-x^* veće nego što bi bilo u okviru RO sa faktorom Δ_t^{-1} koji prelazi jedan, osim u granici u kojoj je θ nesumnjivo veliko (granica RO), ili ako je $p^1_t = 0$, tako da je inflacija savršeno predvidiva.

Verovatnoće koje dodeljuje PS mogućim realizacijama w_{t+1} su iskrivljene faktorom m_{t+1} tako da je

$$\log \mathrm{m}_{t+1} = c_t - \frac{\beta}{\theta}\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x^*)\pi_{t+1},$$

gde konstanta c_t uzima neophodnu vrednost kako bi $E_t m_{t+1}$ bilo jedan. To podrazumeva da je stepen distorzije uverenja SRO o najgorem slučaju (mereno relativnom entropijom) jednak

$$R_t^{pess} \equiv \hat{E}_t[\log m_{t+1}] = \frac{1}{2}\left[\frac{\beta}{\theta}\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x^*)\right]^2 \left|p_t^1\right|^2 \geq 0. \tag{18}$$

Imajmo u vidu da je stepen distorzije, koga se politički analitičar mora čuvati, veći ukoliko je veći stepen neefikasnosti autput gepa (tj. veće je $|x_t - x^*|$), jer ovo povećava marginalni trošak ciljevima (najnesrećnijih) prognostičkih grešaka CB sa nekom datom veličinom; i što je veći stepen do kojeg je inflacija osetljiva na smetnje (tj. veće je $|p^1_t|$), povećava se prostor za pogrešno razumevanje raspodele verovatnoće mogućih budućih stopa inflacije za dati stepen neslaganja između uverenja CB i PS (merena relativnom entropijom). Naravno, pomenuto je veće što je manje θ, parametar kazne koji koristimo da indeksiramo stepen zabrinutosti CB za robustnost greške u očekivanjima PS.

Zamenom (17) za autput gep i (18) za pojam relativne entropije u (5), dobijamo funkciju gubitka CB oblika[32]

$$\hat{\mathcal{L}}(p; p^1_{-1}, \rho) \; = \; E\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L(p_{t-1}; p_t; w_t), \tag{19}$$

definisanu za bilo koju politiku $p \in \Pi$, gde je p_t skraćenica za par (p^0_t, p^1_t), kao i bezuslovno očekivanje bilo koje proizvoljne promenljive X_t u periodu $t \geq 0$ definisane kao

$$E[X_t] \equiv E_\rho E_{-1}[X_t]$$

Problem robustne politike (10) zatim može biti opisan kao izbor linearne politike koja povećava (19).

[32] Vidi Prilog A.1 za eksplicitni oblik funkcije $L\,(p_{t-1}; p_t; w_t)$.

B. Dinamika optimalnog obavezivanja

Umesto da direktno razmatramo problem pronalaženja linearne politike $\phi \in \Phi$ koja povećava (19), jednostavnije je da se razmotri problem pronalaženja uslovno linearnog $p \in \Pi$ koje povećava ovaj cilj za neku specifikaciju prvobitnog obavezivanja (p^1_{-1}, ρ). U stvari, robustno optimalna politika u okviru ove klase je uvek potpuno linearna politika, tako da ćemo takođe pronaći robustno optimalni element restriktivnije klase politika Φ.

Razlog za to je prilično jednostavan. Optimalna uslovna linearna politika p mora uključivati proces $\{p^0_t\}$ koji je optimalan, uzimajući kao dat niz $\{p^1_t\}$. Ali, za dati niz $\{p^1_t\}$ zadovoljavajući uslov (13) na svaki datum, funkcija gubitka $L(p_{t-1}; p_t; w_t)$ je (konveksna) kvadratna funkcija (p^0_{t-1}, p^0_t, w_t), sa koeficijentima koji variraju sa t (u slučaju da niz $\{p^1_t\}$ nije konstantan tokom vremena). Problem izbora optimalnog obavezivanja, zavisnog od stanja $\{p^0_t\}$ kada imamo niz $\{p^1_t\}$, je stoga konveksan linearno-kvadratni (LQ) problem optimalne kontrole, iako ima (determinističke) vremenski promenljive koeficijente. Dakle, optimalno rešenje je linearna politika oblika

$$p^0_t = \lambda_t + \mu_t p^0_{t-1} + \nu_t w_t, \tag{20}$$

gde su koeficijenti $\{\lambda_t, \mu_t, \nu_t\}$ deterministički nizovi koji zavise od niza $\{p^1_t\}$. Međutim, jednačina (20) koja mora važiti za svako $t \geq 0$, zajedno sa činjenicom da je niz $\{p^1_t\}$ deterministički, podrazumeva da niz uslovno linearnih obavezivanja ka inflaciji (9) konstituišu linearnu politiku oblika (8). Dakle, optimalna uslovno linearna politika mora biti linearna politika, i pošto su sve linearne politike uslovno linearne, to mora biti optimalna linearna politika.

Linearni zakon kretanja (20) takođe podrazumeva da ukoliko je bezuslovna raspodela ρ_{t-1} za p^0_{t-1} normalna raspodela $N(\mu_{p,t-1}, \sigma^2_{p,t-1})$, tada će bezuslovna raspodela ρ_t za p^0_t takođe biti normalna raspodela sa srednjom vrednošću i promenljivošću datom zakonom kretanja oblika

$$(\mu_{p,t}, \sigma^2_{p,t}) = \Psi(\mu_{p,t-1}, \sigma^2_{p,t-1}, \psi_t), \tag{21}$$

gde je $\psi_t \equiv (\lambda_t, \mu_t, \nu_t)$ vektor koeficijenata zakona kretanja (20). Zbog svog interesovanja za izbor samo-konzistentnog prvobitnog obavezivanja, pretpostaviću da je ρ neka normalna raspodela $N(\mu_{p,-1}, \sigma^2_{p,-1})$, pri čemu će ρ_t takođe biti normalno za svako $t \geq 0$ u okviru optimalne linearne politike.

Na kraju, uslovi prvog reda za optimalni izbor niza $\{p^1_t\}$ mogu biti napisani u formi[33]

[33] Vidi Prilog A.2 za dalju diskusiju.

$$g(p_{t-1}^1, p_t^1, p_{t+1}^1; \mu_{p,t-1}, \sigma_{p,t-1}^2; \psi_t, \psi_{t+1}) = 0 \tag{22}$$

za svako $t \geq 0$. Uslovno linearna politika koja povećava (19) za date početne uslove $(p_{-1}^1, \mu_{p-1}, \sigma_{p,-1}^2)$, onda odgovara determinističkim nizovima $\{p_t^1; \mu_{p,t}, \sigma_{p,t}^2; \psi_t\}$ za $t \geq 0$ koji zadovoljavaju (21) i (22) za svako $t \geq 0$, gde niz koeficijenata $\{\psi_t\}$ opisuje rešenje LQ problema definisanim nizom koeficijenata $\{p_t^1\}$.

Samo-konzistentni početni uslovi $(\overline{p}^1, \overline{\mu}_p, \overline{\sigma}_p^2)$ su jednostavno rešenja stabilnog stanja za sistem diferencijalnih jednačina predstavljenih iznad. U Prilogu A.2 prikazujem da takvo stabilno stanje postoji. Robustno optimalna linearna politika, odnosno politika koja povećava (19) u slučaju početnih uslova $(\overline{p}^1, \overline{\mu}_p, \overline{\sigma}_p^2)$, je onda politika sa vremenski nepromenljivim koeficijentima, kao što je istaknuto ranije. Ovde upoređujemo osobine ove politike sa optimalnom politikom u okviru RO, i takođe poredimo ishode ravnoteže u okviru ravnoteže najgoreg slučaja koja je u skladu sa politikom ravnoteže ishoda RO u okviru optimalne politike RO.

C. Karakteristike optimalne politike

U okviru stacionarne politike koja odgovara stabilnom stanju sistema (21)-(22), $p_t^1 = \overline{p}_1$ u svakom periodu, gde je $\overline{p}_1$ pozitivna količina koja zadovoljava granicu (13). Zatim sledi da LQ problem koji treba da rešimo za optimalnu evoluciju zavisnu od stanja $\{p_t^0\}$, uključuje period funkcije gubitka sa konstantnim koeficijentima. Iz toga sledi da su koeficijenti zakona kretanja (20) takođe vremenski invarijantni. U stvari, može se pokazati[34] da zakon kretanja ima oblik

$$p_t^0 = \mu p_{t-1}^0 + \mu(\overline{p}^1 - \sigma_u) w_t, \tag{23}$$

gde je $0 < \mu < 1$ manji koren kvadratne jednačine

$$P(\mu) \equiv \beta\mu^2 - (1 + \beta + \frac{\kappa^2 \overline{\Delta}}{\lambda})\mu + 1 = 0. \tag{24}$$

Ovde je, $0 < \overline{\Delta} \leq 1$ konstantna vrednost (16) u vezi sa $\overline{p}^1$. Zatim sledi iz (9) da cilj inflacije zavisne od stanja evoluira u skladu sa ARMA(1,1) procesom,

$$\pi_t = \mu\pi_{t-1} + \overline{p}^1 w_t - \mu\sigma_u w_{t-1}, \tag{25}$$

za svako $t \geq 1$.

Pošto $0 < \mu < 1$, (23) implicira da je $\{p_t^0\}$ stacionaran proces sa dobro definisanom bezuslovnom srednjom vrednošću i varijansom $(\overline{\mu}_p, \overline{\sigma}_p^2)$. Štaviše,

---

[34] Ovi i drugi rezultati navedeni u ovom delu su izvedeni iz Priloga A.2.

bezuslovna sredina je nula, tako da (25) podrazumeva da stopa inflacije takođe varira oko dugoročne prosečne vrednosti nula, kao i kod obavezanosti ka optimalnoj politici u slučaju RO bez obzira na pretpostavljene vrednosti θ. Dakle, na optimalni cilj dugoročne inflacije ne utiče stepen zabrinutosti za robustnost, konkretno, dozvoljavanje SRO *ne* dovodi do inflacione pristrasnosti takve vrste koja je u vezi sa diskrecionom politikom.[35]

Prema analizi RO, inflacija se takođe razvija u skladu sa stabilnim ARMA(1,1) procesom sa nultom srednjom vrednošću. Ali, u slučaju RO može se pokazati da je

$$\bar{p}^{1} = \mu\sigma_u, \tag{26}$$

tako da (25) obuhvata samo prvu diferencu troškovnog šoka. (U ovom slučaju, zakon kretanja može biti ekvivalentno napisan kao stacionarni AR(1) proces za logaritmovani nivo cena.) U slučaju konačne vrednosti θ, umesto toga, koeficijent optimalnog odgovora nužno zadovoljava

$$0 < \bar{p}^{1} < \mu\sigma_u, \tag{27}$$

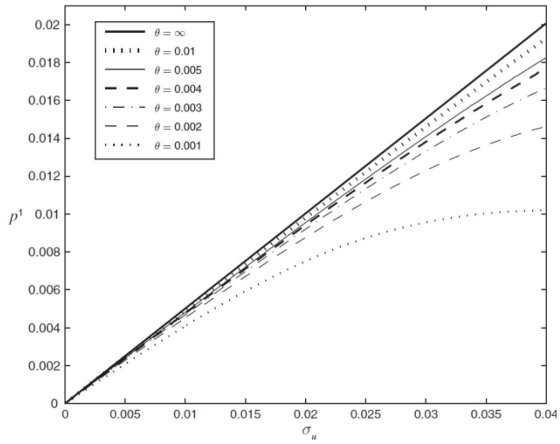
tako da nivo cena više nije stacionaran.

Slika 1 pokazuje kako $\bar{p}^{1}$ varira sa σ_u za alternativne vrednosti θ.[36] U slučaju RO, $\bar{p}^{1}$ se povećava linearno sa σ_u, kao što je pokazano u (26) i kako je zahtevano za ekvivalenciju sigurnosti. Za bilo koju amplitudu troškovnih šokova, niže θ (veća zabrinutost za robustnost) rezultira nižim optimalnim $\bar{p}^{1}$, što ukazuje na manju osetljivost inflacije na trenutne troškovne šokove. Mera do koje je to tačno povećava se u slučaju većih šokova; u slučaju konačnih vrednosti θ, $\bar{p}_1$ se povećava manje proporcionalno sa σ_u, što ukazuje na neuspeh sigurnosti ekvivalencije. U stvari, $\bar{p}_1$ ostaje ograničeno iznad, kao što zahteva (13).

Dakle, briga za robustnost rezultira u manjoj spremnosti da se dopusti porast inflacije kao odgovor na pozitivni troškovni šok. To je zato što veće iznenadne varijacije u inflaciji povećavaju meru do koje agenti PS mogu da predvide inflaciju, pogoršavajući odnos autput/inflacija sa kojim se suočava CB. Ovaj zaključak podseća na još jedan do kog su došli Orphanides i Williams (2005) na osnovu modela učenja.

35 O inflatornoj pristrasnosti koja je povezana sa diskrecionom politikom, vidi Clarida i ostali (1999) ili Woodford (2003, poglavlje 7).

36 Na ovoj slici, pretpostavljamo vrednosti parametara $\beta = 0{,}99$, $k = 0{,}05$, $\lambda = 0{,}08$, i $x^* = 0{,}2$. Niska vrednost l je opravdana osnovama teorija blagostanja funkcije gubitka (2) o kojoj se raspravlja u Woodford (2003, Poglavlje 6).



Slika 1 Varijacije $\overline{p}^1$ sa σ_u pod alternativnim stepenima zabrinutosti za robustnost

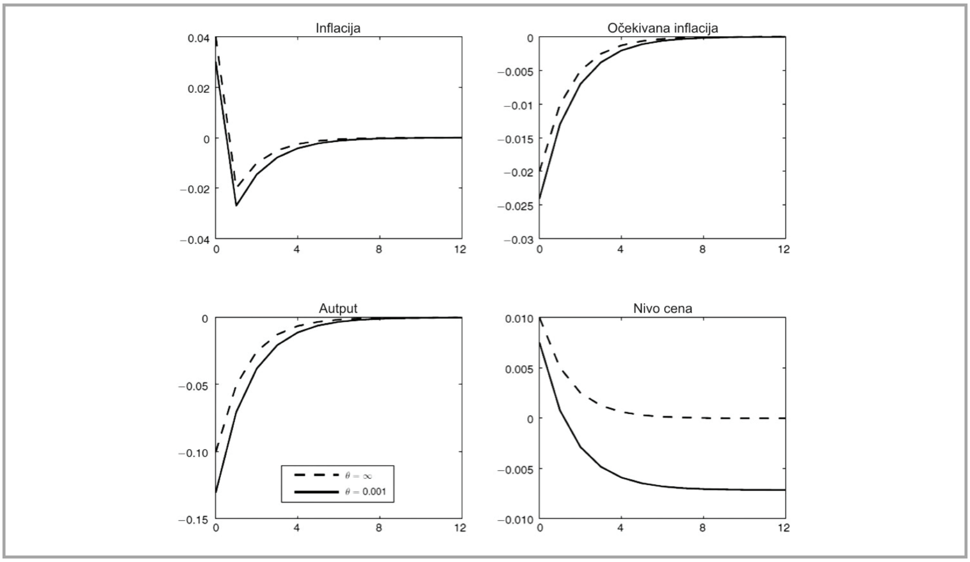
Istovremeno, zabrinutost za robustnost povećava stepen do kog je optimalna politika istorijski zavisna. Kao i u slučaju RO, optimalna obavezanost podrazumeva nižu stopu inflacije (u proseku) u periodima koji *slede* nakon pozitivnog troškovnog šoka.[37] Osim toga, (24) podrazumeva da je μ bliže jedan u slučaju konačnog θ (gde je $(\overline{\Delta} < 1)$) nego u slučaju RO (u kojem je μ takođe koren (24), ali gde je $(\overline{\Delta} = 1)$). Stoga bi efekat prošlih šokova na prosečnu inflaciju trebalo da traje duže, tako da je istorijska zavisnost obavezanosti ka optimalnoj inflaciji još veća nego u okviru RO.

I ne samo da bi CB trebalo da se obaveže da na kraju opozove bilo kakva povećanja cena koja su nastala kao rezultat pozitivnih troškovnih šokova (kao u slučaju RO); kada je θ konačno, ona treba da se obaveže da na kraju smanji nivo cena *ispod* nivoa koji bi postojao da nije bilo šoka. Ovo je ilustrovano na slici 2 u slučaju numeričkog primera o kojem smo upravo diskutovali.[38] Donji desni panel prikazuje impulsni odgovor logaritmovanog nivoa cena; dok u okviru racionalnih očekivanja, optimalna obavezanost na kraju vraća nivo cena do tačno onog nivoa koji bi imali u odsustvu šoka, ukoliko je $\theta = 0{,}001$, optimalno obavezivanje na kraju *smanjuje* nivo cena za oko dva puta veću vrednost u odnosu na početno povećanje nivoa cena kao odgovor na šok. Rezultat da je znak početnog efekta nivoa cena na kraju obrnut sasvim je uopšten, a sledi iz činjenice da je legovani MA izraz u (25) veći od savremenog izraza prema (27).

---

[37] Ovo je prikazano množenjem negativnog koeficijenta w_t u (23). Imajmo na umu da pošto je μ <1, (27) implicira da je $\overline{p}^1 < \sigma_u$.

[38] Na slici je prikazan optimalni impulsni odgovor na jedno-standardnu devijaciju pozitivnog troškovnog šoka, i u slučaju beskonačnog θ (standardna analiza RO) i za vrednost θ = 0,001. Ostale vrednosti parametara su kao na slici 1; pored toga, ovde pretpostavljamo da je σ_u = 0,02. U gornjem levom panelu, inflaciona stopa je na godišnjem nivou; s obzirom da se periodi u modelu tumače kao kvartali, „inflacija" je četiri puta veća od promene u logaritmovanom nivou cena.



Slika 2 Optimalni odgovori na pozitivni troškovni šok, sa i bez zabrinutosti za robustnost

Naravno, (25) opisuje dinamiku inflacije na način na koji je razume CB. Prognoze PS o budućoj inflaciji ne treba da odgovaraju onome što jednačina za inflacionu dinamiku podrazumeva. U ravnoteži sa najgorim slučajem SRO, inflatorna očekivanja PS razvijaju se u skladu sa (15). Zamenom zakona kretanja (23) omogućavamo da se to ponovo napiše kao

$$\overline{\pi}_t = \Lambda p_t^0 + \beta^{-1}(\overline{\Delta}^{-1} - 1)kx^*, \tag{28}$$

gde je $\Lambda < 1$. To podrazumeva da su inflatorna očekivanja PS linearna funkcija inflatornih očekivanja CB, ali uz pristrasnost ($E\left[\overline{\pi}\right] > 0$ - s obzirom da je $\overline{\Delta} < 1$ u slučaju konačnog θ) - i derivacijom manjom od jedan.[39]

Činjenica da je $\Lambda < 1$ podrazumeva da CB ne može računati na svoju nameru da smanji inflaciju (u proseku) nakon pozitivnog troškovnog šoka kako bi smanjila inflatorna očekivanja PS za onoliko koliko su smanjene sopstvene prognoze o budućim inflacijama. Međutim, posledice ove robustno optimalne politike ne leže u tome da CB ne bi trebalo ni da se potrudi da pokuša da utiče na inflatorna očekivanja kroz istorijski zavisnu politiku; umesto toga, optimalno je da se obaveže na podešavanje naknadne ciljane stope inflacije u još većoj meri i na mnogo uporniji način (kao što je prikazano na slici 2) kako bi se osiguralo da se utiče na inflatorna očekivanja, čak i ako očekivanja nisu savršeno konzistentna modelu.

U okviru granice, kako $\theta \to 0$ (ekstremna zabrinutost za eventualna odstupanja od RO), optimalno $\overline{p}^{-1} \to 0$. (U stvari, ovo se odmah može videti iz

[39] U ograničenju, kao što je $\theta \to \infty, \overline{\Delta} \to 1$ i $\Lambda \to 1$, tako da (15) implicira da je $\overline{\pi}_t = p_t^0$ slučaj RO.

granice (13).) U okviru granice, za CB je optimalno da spreči bilo kakav momentalni efekat troškovnih šokova na inflaciju uopšte. Ovo, međutim, ne znači da je inflacija u potpunosti stabilizovana, za svako (23) se i dalje podrazumeva da je planirana stopa inflacije u *narednom* periodu smanjena u slučaju pozitivnog troškovnog šoka. (Imajmo na umu da μ ostaje ograničeno od nule u ovoj granici, jer (24) implicira da je $0 < \mu^{RE} < \mu < 1$ za bilo koju vrednost $0 < \overline{\Delta} < 1$). Ostaje poželjno da se smanji nameravana naredna inflacija, jer smanjenje u $\hat{E}_t \pi_{t+1}$ u isto vreme kao i porast u_t, smanjuje meru do koje autput gep mora postati negativan zbog troškovnog šoka; iako se za inflatorna očekivanja PS ne može računati da padnu onoliko koliko pada nameravana stopa inflacije, ipak se isplati smanjenje nameravane buduće inflacije kako bi se obezbedila *određena* umerenost inflatornih očekivanja.

III. Skoro-racionalna očekivanja i značaj obavezanosti ka politici

Primetili smo iznad da robustno optimalna politika podrazumeva raniju obavezanost, na sličan način kao i optimalna politika pod pretpostavkom racionalnih očekivanja. Ali, da li stepen do kog očekivanja PS mogu odstupiti od konzistentnosti modela utiče na *stepen* značaja obavezivanja? Da bi se odgovorilo na ovo pitanje, potrebno je da se okarakteriše ravnoteža politike u okviru diskrecione optimizacije od strane CB koja razume da očekivanja privatnog sektora ne moraju biti potpuno konzistentna modelu, i da se ovo uporedi sa robustnom optimalnom politikom pod obavezom.

Pretpostavimo da je cilj CB minimiziranje (5), kao i iznad, ali da u svakom periodu CB bira kratkoročne inflacione ciljeve π_t nakon saznanja o trenutnom stanju w_t, bez ikakve obavezanosti prema stopi inflacije koju može izabrati na bilo koji drugi, kasniji datum. Pošto su i isplate i ograničenja, i CB i zlonamernog agenta, u nastavku igre na dan *t,* nezavisne od prošlosti, u Markovljevoj savršenoj ravnoteži (MSR), π_t će zavisiti samo od w_t. Pretpostaviću ravnotežu ove vrste,[40] stoga se pretpostavlja da postoji vremenski invarijantna funkcija politike $\overline{\pi}(\cdot)$ kao ona u ravnoteži $\pi = \overline{\pi}(w_t)$ u svakom periodu. U okviru diskrecione optimizacije, CB uzima zdravo za gotovo činjenicu da će odabrati da sledi pravilo $\pi_t = \overline{\pi}(w_t)$ u svim *narednim* periodima, iako nije obavezna da ga prati u tekućem periodu. CB takođe uzima zdravo za gotovo skup mogućih uverenja PS o SRO u vezi sa budućim razvojem ekonomije, s obzirom da je (bar prema viđenju CB) istina da će egzogeno stanje biti nezavisno dobijeno u svakom periodu iz jedinice normalne distribucije, monetarna politika će slediti pravilo $\overline{\pi}(\cdot)$, a autput će biti određen sa (1). Ona bira stopu inflacije π_t koju će sprovoditi u tekućem periodu, s obzirom na sopstveni model pratećeg razvoja ekonomije i zaštitu od uverenja SRO o najgorem slučaju u okviru tog modela. U MSR, rešenje ovog problema je upravo stopa inflacije $\pi_t = \overline{\pi}(w_t)$.

[40] Ograničenje MSR je opšte mesto u literaturi o diskrecionoj monetarnoj politici u okviru racionalnih očekivanja, koncept ravnoteže predložen ovde generalizuje koncept koji koriste Clarida i ostali (1999) u njihovoj analizi RO ovog modela.

Formalno ćemo definisati robustnu MSR na sledeći način. S obzirom na pravilo politike $\bar{\pi}(\cdot)$, neka je $V(\pi_0; w_0)$ vrednost cilja (5) ukoliko je početno stanje w_0; CB bira stopu inflacije π_0 u tom početnom stanju, a zatim sledi pravilo $\bar{\pi}(\cdot)$ u svim periodima $t \geq 1$; i uverenja PS odgovaraju uverenjima SRO o najgorem slučaju ukoliko je u pitanju ova politika. Zatim, s obzirom na stopu inflacije izabranu u bilo kom periodu, uverenja SRO o najgorem slučaju $m_{t+1}(\cdot)$ rešavaju problem

$$\max_{m_{t+1}(\cdot)} \frac{1}{2}\left[\pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2\right] - \theta E_t \beta^t m_{t+1} \log m_{t+1} + \beta E_t V(\bar{\pi}(w_{t+1}); w_{t+1}) \tag{29}$$

gde je x_t rešenje za

$$\pi_t = \kappa x_t + \beta E_t \left[m_{t+1} \bar{\pi}(w_{t+1}) \right] + u_t .$$

Robustna MSR predstavlja par funkcija $\bar{\pi}(\cdot)$ i $V(\cdot,\cdot)$, tako da je za bilo koji par $(\pi_t; w_t), V(\pi_t; w_t)$ maksimalna vrednost (29), a za svako stanje $w_t, \bar{\pi}(w_t)$ je stopa inflacije koja rešava problem

$$\min_{\pi_t} V(\pi_t; w_t). \tag{30}$$

Robustna linearna MSR je robustna MSR u kojoj je $\bar{\pi}(\cdot)$ linearna funkcija stanja,

$$\bar{\pi}(s_t) = \bar{p}^0 + \bar{p}^1 w_t \tag{31}$$

za neke konstantne koeficijente $\bar{p} = (\bar{p}^0, \bar{p}^1)$.[41]

Linearna politika (31) je primer vrste uslovno linearne politike koju smo razmatrali u prethodnom odeljku. Štaviše, pošto je poslednji izraz u (29) nezavisan od izbora $m_{t+1}(\cdot)$, funkcija $m_{t+1}(\cdot)$ koja rešava problem (29) je takođe ista ona koja maksimizira (12), tako da je karakterizacija uverenja SRO o najgorem slučaju u Prilogu A1 ponovo primenljiva. Još jednom, $|p^1|$ mora zadovoljiti granicu (13) kako bi mogla postojati dobro definisana uverenja o najgorem slučaju;[42] a kada je ta granica zadovoljena uverenja o najgorem slučaju su ponovo opisana sa (14)-(15).

Imajući u vidu ovu karakterizaciju uverenja o najgorem slučaju, problem (30) diskrecione centralne banke svodi se na

[41] Imajte na umu da nije potrebno, kao u našoj diskusiji o robustno linearnoj politici pod obavezivanjem, pretpostaviti da CB optimizira preko ograničene klase pravila politike; u stvari, u problemu diskrecione politike (30), CB uopšte ne bira pravilo, već samo stopu inflacije u određenom stanju koje je bilo realizovano. Ipak, ne bavimo se pitanjem da li linearna MSR, o kojoj je diskutovano ispod, jedina moguća vrsta robustnog MSR.

[42] U slučaju diskrecione politike ne možemo više tvrditi da će CB sigurno izabrati politiku koja zadovoljava (13) kako bi se izbegli neograničeni gubici. Za sada, za CB se pretpostavlja da bira π_{t+1} bez uzimanja u obzir efekat načina na koji zavisnost π_{t+1} od w_{t+1} utiče na izbor najgoreg slučaja $m_{t+1}(\cdot)$, s obzirom da su iskrivljena uverenja PS istorijska činjenica do vremena kada je π_{t+1} izabrano. Ipak, ne može postojati nijedna dobro definisana ravnoteža u kojoj je (13) narušeno.

$$\min_{\pi_t} \widetilde{L}(\pi_t; \overline{p}; w_t), \tag{32}$$

gde je $\widetilde{L}(\pi_t; p_t; w_t)$ funkcija gubitka definisana u Prilogu A.1.[43] Pošto je za bilo koje $w_t, \widetilde{L}i$ strogo konveksna, kvadratna funkcija π_t, diskreciona politika $\overline{\pi}(w_t)$ je implicitno definisana uslovom prvog reda

$$\widetilde{L}(\pi_t; \overline{p}; w_t) = 0.$$

Ova linearna jednačina se lako rešava prema π_t, iz čega proizilazi

$$\overline{\pi}(w_t) = \frac{\lambda}{\kappa^2 \overline{\Delta} + \lambda} \left[\kappa x^* + u_t + \beta \overline{p}^0 \right]. \tag{33}$$

To, zauzvrat, znači da je $\overline{\pi}(\cdot)$ zaista linearna funkcija oblika (31), gde je[44]

$$\overline{p}^0 = \frac{\lambda \kappa x^*}{\kappa^2 \overline{\Delta} + (1-\beta)\lambda} > 0, \tag{34}$$

$$\overline{p}^1 = \frac{\lambda}{\kappa^2 \overline{\Delta} + \lambda} \sigma_u > 0. \tag{35}$$

U oba ova izraza, $0 > \overline{\Delta} \leq 1$ je definisano kao

$$\overline{\Delta} = 1 - \frac{\beta^2}{\theta} \frac{\lambda}{\kappa^2} \left| \overline{p}^1 \right|^2. \tag{36}$$

Pošto MSR rešava problem fiksne tačke koji ne odgovara problemu optimizacije, u zavisnosti od vrednosti parametara može postojati jedna fiksna tačka, više fiksnih tačaka ili nijedna; u poslednjem slučaju ne postoji robustna linearna MSR. Ovde se problem fiksne tačke svodi na pronalaženje vrednosti $(\overline{p}^1, \overline{\Delta})$ koje zadovoljavaju dve jednačine (35)-(36) zajedno sa granicom (13), tako da je $0 < \overline{\Delta} \leq 1$. Jedna može da pokaže da, ukoliko je $\lambda / k^2 \geq 2$ postoji jedinstvena robustna linearna MSR ako je $\sigma_u \geq \hat{p}^1$, dok ne postoji nijedna MSR ako je $\sigma_u \geq \hat{p}^1{}_x$, gde je $\hat{p}^1$ gornja granica na $\left| \overline{p}^1 \right|$ definisana u okviru (13).[45] Ako je, umesto toga, $\lambda / \kappa^2 < 2$,

[43] To je isto kao period funkcije gubitka u (19), jednostavno napisana u zavisnosti od različitih promenljivih, zato što nas sada interesuje izbor CB od stanja do stanja π_t pre nego njen raniji izbor koeficijenata p_{t-1} u pravilu koje će odrediti π_t.

[44] Vidi Woodford (2005, odeljak 4) za generalizaciju ovog rezultata do slučaja malo opštijih linearnih procesa za $\{u_t\}$.

[45] Vidi Prilog A.3 za dokaz ovog rezultata i rezultata navedenih dalje, i jednačinu (A13) u prilogu za definiciju $\hat{p}^1$.

onda postoji jedinstvena MSR ako je $\sigma_u \leq \hat{p}^1$, ali dve različite MSR ako je $\hat{p}^1 < \sigma_u < \sigma_u^*$, gde je

$$\sigma_u^* \equiv \frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\frac{\theta}{\beta^2}\left(\frac{\kappa^2+\lambda}{\lambda}\right)^3\right]^{1/2}. \tag{37}$$

Postoji, opet, jedinstvena MSR u posebnom slučaju kada je $\sigma_u = \sigma_u^*$, ali ne postoji nikakva MSR ako je $\sigma_u > \sigma_u^*$.[46]

Mogućnost višestrukih rešenja je numerički prikazana na slici 3. Ovde se za vrednosti parametara smatra da su kao na slici 1, osim što je sada $k = 0.15$,[47] i grafički prikazujem mesto rešenja samo za slučaj kad je $\theta = 0.001$. Za vrednosti σ_u manje od 0.068,[48] postoji jedinstveno rešenje, dva rešenja postoje za vrednosti između 0.068 i 0.159, a ne postoje rešenja za veće vrednosti σ_u. U sredini opsega, drugo rešenje (u kom je inflacija osetljivija na troškovne šokove) je prikazano tačkastim delom područja fiksnih tačaka. Iako ova rešenja takođe zadovoljavaju gore navedenu definiciju robustno linearne MSR, ona su manje privlačna od onih prikazanih kao podebljana linija na slici, na osnovu onoga što Evans i Honkapohja (2001) podrazumevaju pod „izuzetnom stabilnošću".

Možemo svesti sistem (35)–(36) na jednu jednačinu

$$\bar{p}^1 = \Phi(\bar{p}^1) \tag{38}$$

gde je $\Phi(\tilde{p})$ vrednost $\bar{p}^1$ koja zadovoljava (35), kada je $\bar{\Delta}$ u ovoj jednačini vrednost dobijena zamenom $\bar{p}^1 = \tilde{p}$ u jednačini (36). Primetićemo da $\Phi(p_t^1)$ pokazuje stepen osetljivosti inflacije na troškovne šokove koji bi bili optimalno izabrani od strane CB koja bira u okviru svoje diskrecije u periodu t ukoliko očekuje da je osetljivost inflacije na troškovne šokove u tekućem periodu data od strane p_t^1.[49] Može se pokazati da niže područje rešenja odgovara fiksnim tačkama za koje je $0 < \Phi'(\bar{p}^1) < 1$, dok gornje područje odgovara fiksnim tačkama u kojima je $\Phi'(\bar{p}^1) > 1$. Dakle, u prvom slučaju, očekivanja da će politika biti u blizini fiksne tačke daleko u budućnosti opravdaće izbor politike veoma blizu fiksne tačke sada, dok u drugom slučaju, čak ni očekivanje da će politika biti u blizini te fiksne tačke u

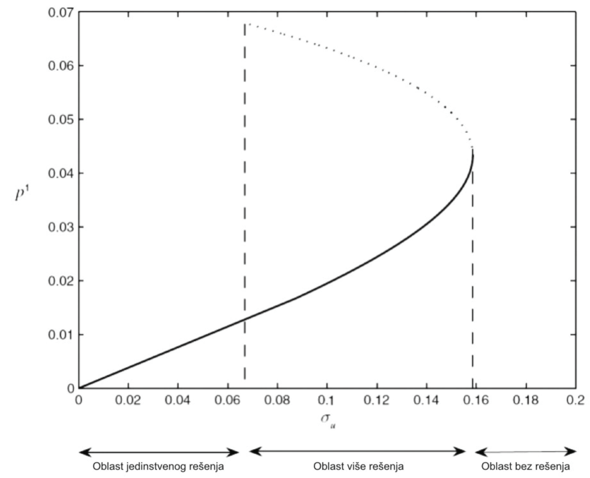
[46] Bez obzira na vrednost $\sigma_u > 0$, ova granica će biti ugrožena u slučaju dovoljno malog θ, što će reći, u slučaju dovoljno velike zabrinutosti za robustnost od strane CB.

[47] Veća vrednost k se koristi u ovom primeru da bi se ilustrovala mogućnost više rešenja koja ne postoje u okviru osnovne kalibracije.

[48] Kao što grafikon sugeriše, postoje dva rešenja za sistem jednačina i u ovom regionu takođe – isprekidana linija mesta rešenja može se dalje proširiti na levu stranu. Ali, za ovako male vrednosti, rešenja σ_u na isprekidanom delu uključuju $\bar{\Delta} < 0$, i tako ne odgovaraju MSR.

[49] Tako je $\Phi(\cdot)$ preslikana iz diskrecionih „doživljaja zakona kretanja" CB u „stvaran zakon kretanja" što proizilazi iz njenih odluka o optimizaciji u terminologiji Evans i Honkaphja (2001).

dalekoj budućnosti *neće* navesti CB da izabere politiku koja je sada blizu fiksne tačke. Slično ponašanje sada može biti opravdano *samo ako* se od buduće politike očekuje da se precizno podudara sa fiksnom tačkom. Dakle, ova fiksna tačka je „nestabilna" u okviru poremećaja očekivanja u vezi sa budućom politikom na način koji čini manje verovatnom činjenicu da bi CB u budućnosti trebalo da se koordiniraju na tim pojedinačnim očekivanjima.[50]



Slika 3 Varirajući brojevi linearne MSR u zavisnosti od veličine troškovnih poremećaja

Šta se dešava u slučaju ekonomije u regionu gde je σ_u isuviše veliko da bi mogla da postoji MSR? (Uzmimo u obzir da ovo zahteva da je $\sigma_u > \hat{p}^1$.) Primećujemo da je $\Phi(0) > 0$, i takođe da je $\Phi(\hat{p}^1) = \sigma_u > \Phi(\hat{p}^1)$. Tada, ukoliko ne postoje nikakve fiksne tačke u intervalu $(0, \hat{p}^1), \Phi(p) > p$ tokom celog intervala.[51] Pomenuto znači da se bez obzira na to od koje vrednosti p^1 se može očekivati da opiše monetarnu politiku u narednom periodu, CB koja optimizira pod diskrecijom izabraće veću vrednost u tekućem periodu. U tom slučaju ne postoji MSR, ali je jasno da je to situacija u kojoj bi (pokušaj) diskrecione optimizacije doveo do veoma snažnih reakcija inflacije na troškovne šokove. Ne bi postojao nijedan razlog da reakcija inflacije ostane u okviru bilo kojih konačnih granica!

U slučaju racionalnih očekivanja (granica kao $\theta \rightarrow \infty$), uvek postoji jedinstveno rešenje, koje daje

[50] Takođe možemo pokazati da je izuzetno stabilna MSR asimptotski stabilna tačka mirovanja u okviru adaptivne dinamike učenja, u kojoj niz bankara centralnih banaka teži da predvidi politiku svojih naslednika ekstrapolacijom posmatrane politike u prošlosti, dok će izuzetno nestabilna MSR biti nestabilna i u okviru dinamike učenja. Za više o vezi između izuzetne stabilnosti i stabilnosti u okviru dinamike adaptivnog učenja, vidi Evans i Honkapohja (2001).

[51] Ako, umesto toga, postoje dve fiksne tačke, znak $\Phi(p) - p$ se menja između njih; to je ono što čini donje rešenje izuzetno stabilnim, dok je gornje nestabilno.

$$\overline{p}^{1} = \frac{\lambda}{\kappa^2 + \lambda}\sigma_u > 0. \tag{39}$$

Ovo je karakterizacija politike pod diskrecijom koju su dali Clarida i ostali (1999); linearnost u σ_u opet pokazuje da princip sigurnosti ekvivalencije važi. Poređenje sa (26) ukazuje na to da pod diskrecionom politikom inflacija jače odgovara na troškovni šok nego u okviru optimalne obavezanosti, u skladu sa analizom RO. Štaviše, pošto je $\overline{p}^{0} > 0$ u slučaju diskrecije, dok je dugoročna prosečna vrednost p_t^0 nula u okviru optimalne obavezanosti, diskreciona politika je okarakterisana kao „inflatorna pristrasnost". Ove nepodudarnosti, između onoga kakva bi politika bila u najboljoj mogućoj ravnoteži RO i kakva je u MSR sa diskrecionom politikom, ukazuju na značaj ranijeg obavezivanja ka optimalnoj proceduri donošenja odluka u monetarnoj politici.

Kakvi su efekti na ove poznate rezultate kada se uključe skoro racionalna očekivanja? Vidimo iz (34) da kad god postoji robustna linearna MSR, ista uključuje pozitivnu prosečnu inflacionu stopu $\pi^* = \overline{p}^{0}$; tako da opet diskreciona politika rezultira inflatornom pristrasnošću. Štaviše, ova jednačina ukazuje na to da je π^* smanjena funkcija $\overline{\Delta}$, stoga je inflatorna pristrasnost *povećana* zabrinutošću za robustnost od strane CB (što čini da je $\overline{\Delta}$ manje od jedan). Problem preterane osetljivosti inflacione stope na troškovne šokove je takođe povećan zabrinutošću za robustnost. Posmatramo iz (35) da je

$$\overline{p}^{1} > \frac{\lambda}{\kappa^2 + \lambda}\sigma_u \tag{40}$$

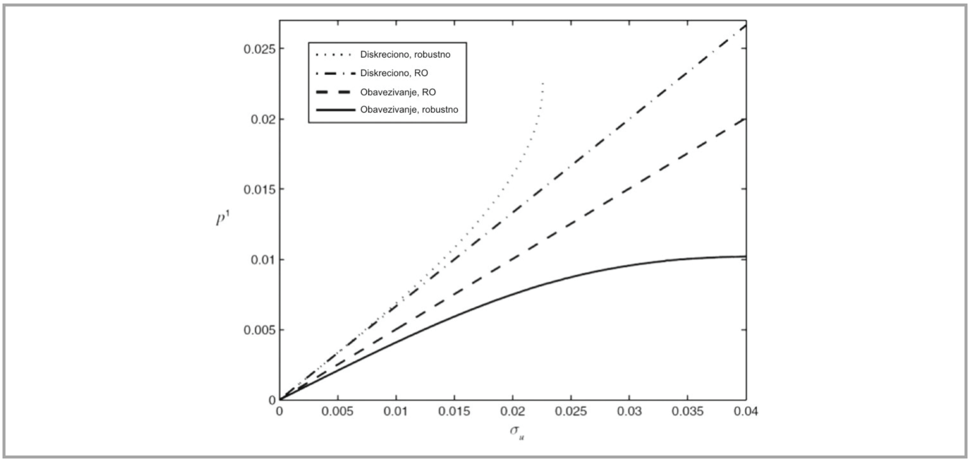
kada je $\overline{\Delta} < 1$, tako da je $\overline{p}^{1}$ veće nego u slučaju RO, što je opisano sa (39). Može se takođe pokazati[52] da ako smo izabrali MSR sa niskom osetljivošću, kao predviđanje modela kada postoji više rešenja, onda rešenje za $\overline{p}^{1}$ monotono opada u θ preko opsega vrednosti za koje postoji robustna linearna MSR, što znači da je $\overline{p}^{1}$ veće što je veća zabrinutost za robustnost.

U analizi RO, diskrecioni donosilac odluka dozvoljava da inflacija odgovara više na troškovne šokove zbog njene nesposobnosti vezivanja za politiku zavisnu od istorije u okviru koje bi pozitivni troškovni šok *smanjio* narednu inflaciju (kao što bi se desilo pod optimalnim obavezivanjem). U odsustvu takvog vezivanja, inflatorna očekivanja se ne kreću u smeru koji pomaže da se neutrališu efekti poremećaja na kratkoročnom odnosu Filipsove krive; a u odsustvu takvog ublažavanja promene odnosa na Filipsovoj krivi, neophodno je omogućiti inflaciji da odgovori u većoj meri. Kada se diskrecioni donosilac odluka mora čuvati od mogućih odstupanja od RE, njegova situacija je još teža. Pod uverenjima SRO o najgorem slučaju, inflatorna

[52] Još jednom, vidi Prilog A.3 za dokaz.

očekivanja se *povećavaju* prateći pozitivni troškovni šok, upravo zato što ovo pomera Filipsovu krivu u smeru koji pogoršava odnos za donosioca odluka; tako da je mera do koje diskrecioni donosilac odluka smatra da je neophodno da se omogući povećanje inflacije još veća nego u okviru analize RO (gde se inflatorna očekivanja ne menjaju).

Dok zabrinutost za robustnost povećava osetljivost inflacije na troškovne šokove u okviru diskrecione politike, nalazimo u odeljku II da ona smanjuje osetljivost na troškovne šokove pod optimalnom obavezanošću. To je brojčano prikazano na slici 4 koja proširuje sliku 1 da pokaže kako ravnotežna vrednost $\bar{p}^1$ varira sa σ_u u okviru diskrecione politike, kao i pod optimalnom obavezanošću iz vanvremenske perspektive, i sa i bez uključenja SRO.[53] (Dve donje krive odgovaraju slučajevima koji su takođe prikazani na slici 1.) Kada se pretpostavljaju RO, $\bar{p}^1$ je veće u okviru diskrecione politike, kao što je upravo prikazano; ali sa brigom za robustnost (konačno θ), gep između vrednosti $\bar{p}^1$ u okviru diskrecione politike i pod robustno optimalnom linearnom politikom je još veći.



Slika 4 Varijacije $\bar{p}^1$ sa σ_u pod diskrecionom politikom i pod optimalnim obavezivanjem, sa i bez uvažavanja SRO

Tako, distorzije politike koje proizilaze iz optimizacije u okviru diskrecije su *povećane* kada CB dozvoljava mogućnost postojanja SRO, a lekcije iz analize RO postaju još važnije. Kada je zabrinutost CB za robustnost dovoljno mala (tj. θ je veliko) - i kada je varijabilnost fundamentalnih varijabli dovoljno mala (tj. σ_u je malo) - robustna linearna MSR postoji, ali je stepen u kom se uključuju i previsoka prosečna stopa inflacije i prekomerno reagovanje inflacije na troškovne šokove, u odnosu na ono šta bi se desilo u okviru robustne optimalne linearne politike, još veći

[53] Vrednosti parametara upotrebljenih na slici su opet one korišćene na slici 1. Krive RO pretpostavljaju da je $\theta^{-1} = 0$, dok one koje omogućavaju uverenja SRO pretpostavljaju da je $\theta^{-1} = 1{,}000$.

nego što je u analizi SRO. U slučaju dovoljno velike zabrinutosti za robustnost *ili* dovoljno nestabilnog okruženja, robustna linearna MSR ne postoji; u ovom slučaju, opasnosti diskrecione politike su još veće, i to u mnogo većoj meri nego što sugeriše analiza RO.

IV. Zaključak

Pokazali smo kako je moguće analizirati optimalnu politiku centralne banke koja pretpostavlja da očekivanja privatnog sektora ne moraju biti konzistentna modelu, bez obavezivanja na neki *određeni* model greške u očekivanjima. Ovaj pristup dovodi do porodice jednog parametra, robustno optimalnih linearnih politika, indeksiranih parametrom θ koji meri stepen zabrinutosti za moguće nerazumevanje dinamike ravnoteže.

Čak i kada je neizvesnost centralne banke u vezi sa privatnim očekivanjima značajna (slučaj niske vrednosti θ), proračun efekata *očekivanja* sistematske komponente politike je i dalje prilično važan faktor u analizi politike. Optimalna politika je i dalje *istorijski-zavisna* čak i kada se ne pretpostavljaju racionalna očekivanja. Zaista, zabrinutost za robustnost samo povećava optimalni stepen istorijske zavisnosti.

Štaviše, baš kao u analizi RO, *obavezivanje* je od velikog značaja za optimalnu politiku. Distorzije, predviđene da rezultiraju iz vođenja diskrecione politike, postaju još oštrije kada centralna banka dozvoljava mogućnost skoro racionalnih očekivanja, tako da se značaj obavezivanja povećava. I, isto kao i u analizi RO, ključna karakteristika optimalnog obavezivanja je garancija da će inflacija biti niska i prilično stabilna. Činjenica da privatna uverenja mogu biti iskrivljena ne pruža nikakav razlog da se cilja viša prosečna stopa inflacije, ali pruža razlog da se centralna banka još čvršće odupre inflatornim posledicama „troškovnih" šokova.

Prilog: Detalji izvođenja

A1. Uverenja SRO o najgorem slučaju

Pretpostavimo da je obavezanost politici uslovno linearni oblik (9) za neki proces $\{p_t^0(h_t, p_{-1}^0)\}$ i neki deterministički niz $\{p_t^1\}$. Problem „zlonamernog agenta" u bilo kom stanju u svetu na datum t (koji odgovara istoriji h_t do tog trenutka) je da izabere funkciju koja specifikuje m_{t+1} kao funkciju realizacije w_{t+1}, kako bi se maksimiziralo (12) podležno ograničenju da je $E_t m_{t+1} = 1$, gde svaki datum x_t podrazumeva ravnotežni odnos (11).

Očigledno je da je izbor slučajne promenljive m_{t+1} značajan samo kroz posledice relativne entropije (koja utiče na cilj (12)) sa jedne strane, i njegove posledice na očekivanu inflaciju PS (koja utiče na ograničenje (11)) sa druge strane. Stoga, u slučaju bilo kojeg $\theta > 0$, uverenja o najgorem slučaju minimiziraće relativnu entropiju $E_t[m_{t+1} \log m_{t+1}]$ podložnu ograničenjima da je

$$E_t m_{t+1} = 1, \qquad E_t[m_{t+1}\pi_{t+1}] = \bar{\pi}_t, \tag{A1}$$

bez obzira na stepen koji distorzije inflatornih π_t očekivanja PS mogu predstavljati. Prvo razmatram ovaj potproblem.

Pošto je $r(m) \equiv m \log m$ strogo konveksna funkcija m, takva da je $r'(m) \to -\infty$ kako $m \to 0$ i $r'(m) \to +\infty$ kako $m \to +\infty$, očigledno je da postoji jedinstven, unutrašnji optimum, u kom uslov prvog reda $r'(m_{t+1}) = \phi_{1t} + \phi_{2t}\pi_{t+1}$ važi pri svakom stanju na datum $t + 1$, gde su ϕ_{1t}, ϕ_{2t} Lagranžovi multiplikatori povezani sa dva ograničenja (A1). Ovo podrazumeva da je

$$\log m_{t+1} = c_t + \phi_{2t}\pi_{t+1} \tag{A2}$$

pri svakom stanju, za neko konstantno c_t. Dve konstante, c_t i ϕ_{2t} u okviru (A2) su onda vrednosti koje zadovoljavaju dva ograničenja (A1).

Pod pretpostavkom uslovno linearne politike (9), π_{t+1} je uslovno normalno raspoređeno, tako da (A2) implicira da je m_{t+1} uslovno log-normalno. Dakle, prvo ograničenje (A1) je zadovoljeno ako i samo ako je[54]

$$c_t = -\phi_{2t} p_t^0 - \frac{1}{2}\phi_{2t}^2 |p_t^1|^2 \tag{A3}$$

a drugo ograničenje (A1) je zadovoljeno ako i samo ako je

[54] Duža verzija ovog Priloga sa dodatnim detaljima dostupna je na vebsajtu AER (http://www.aeaweb.org/articles.php?doi=10.1257/aer.100.1.274).

$$\phi_{2t} = \overline{\pi}_t - \frac{p_t^0}{\left|p_t^1\right|^2}. \tag{A4}$$

Potom, uslov (A3), jedinstveno određuje i c_t, i m_{t+1} je u potpunosti opisano sa (A2), kada smo odredili vrednost $\overline{\pi}_t$ koju bi trebalo da odabere „zlonamerni agent." Primetićemo da je pristrasnost μ_t data izrazom (14), kao što je naglašeno u tekstu.

Ostaje da se utvrdi izbor najgoreg slučaja π_t. Iz (11) sledi da je

$$(x_t^{pess} - x^*)^2 = \frac{1}{\kappa^2}(\pi_t - u_t - \kappa x^* - \beta\overline{\pi}_t)^2. \tag{A5}$$

Zamenom pomenutog kvadratom autput gepa (slično kao i za rešavanje relativne entropije najgoreg slučaja) u (12), dobijamo cilj „zlonamernog agenta" koji je kvadratna funkcija $Q(\overline{\pi}_t; u_t, \pi_t, p_t)$ iskrivljene inflacione procene $\overline{\pi}_t$, i inače nezavisne od iskrivljenih uverenja; stoga, $\overline{\pi}_t$ je izabrano kako bi se maksimizirala ova funkcija. Funkcija je strogo konkavna (jer je koeficijent množenja $\overline{\pi}_t^2$ negativan) ako i samo ako p_t^1 zadovoljava nejednakost

$$\left|p_t^1\right|^2 < \frac{\theta}{\beta^2}\frac{\kappa^2}{\lambda}. \tag{A6}$$

Ako je nejednakost obrnuta, funkcija Q je umesto toga *konveksna*, a „zlonamerni agent" može postići neograničeno veliku pozitivnu vrednost svog cilja; prema tome, robustno optimalna politika može da nikada ne uključi ovako veliku vrednost p_t^1.

Ukoliko važi (A6), maksimalna vrednost Q se javlja za vrednost $\overline{\pi}_t$ tako da je $Q_\pi = 0$. Ovo podrazumeva da je vrednost najgoreg slučaja $\overline{\pi}_t$ data (15)-(16), kao što je naglašeno u tekstu. Zamenom ovog rešenja, dobija se podrazumevani autput gep (17) i relativna entropija (18) pod uverenjima SRO o najgorem slučaju, kao što je navedeno u tekstu. Zamenom ovih izraza u cilj (12), dobijamo cilj CB oblika (19), u kom je gubitak perioda dat sa

$$L(p_{t-1}; p_t; w_t) \equiv \frac{1}{2}\pi_t^2 + \frac{\lambda}{2\kappa^2\Delta_t}\left[\pi_t - u_t - \kappa x^* - \beta p_t^0\right]^2, \tag{A7}$$

gde je $0 < \Delta_t < 1$ funkcija p_t^1 definisana sa (16), π_t je funkcija p_{t-1} i w_t je definisano sa (9), a $u_t = \sigma_u w_t$. Imajmo na umu da možemo alternativno napisati

$$L(p_{t-1}; p_t; w_t) = \widetilde{L}(\pi_t; p_t; w_t),$$

gde je funkcija $\widetilde{L}$ definisana desnom stranom (A7) s obzirom da koeficijenti p_{t-1} ulaze samo kroz njihove posledice za vrednost π_t.

A2. Robustno optimalna linearna politika

Uzimajući u obzir uverenja PS o najgorem slučaju koja su okarakterisana u prethodnom odeljku, problem CB je da izabere $\{p_t\}$ za svako $t \geq 0$, tako da se minimizira (19) za date početne uslove p_{-1}^1 i distribuciju p mogućih vrednosti p_{-1}^0. CB mora da izabere politiku pod kojom p_t^0 može zavisiti i od p_{-1}^0 i od istorije šokova h_t, ali p_t^1 mora biti deterministička funkcija vremena.

Može se pokazati da je cilj (19) konveksna funkcija niza $\{p_t\}$. Konveksnost podrazumeva da se optimalna politika CB može okarakterisati sistemom uslova prvog reda, prema kojem je

$$L_3(p_{t-1}; p_t; w_t) + \beta E_t L_1(p_t; p_{t+1}; w_{t+1}) = 0 \tag{A8}$$

za svaku moguću istoriju h_t na bilo koji datum $t \geq 0$, i

$$E\left[L_4(p_{t-1}; p_t; w_t) + \beta L_2(p_t; p_{t+1}; w_{t+1})\right] = 0 \tag{A9}$$

za svaki datum $t \geq 0$. Ovde, L_1 kroz L_4 označava parcijalne izvode $L(p_{t-1}^0, p_{t-1}^1; p_t^0, p_t^1; w_t)$ imajući u vidu prvi argument kroz četvrti argument, respektivno. Zamenjujući (9) za π_t i (16) za Δ_t u ovim izrazima, mogu se izraziti uslovi prvog reda (A8)-(A9) kao ograničenja na niz $\{p_t\}$.

Uzimajući kao dat deterministički niz $\{p_t^1\}$, primećujemo da je (A8) linearna stohastička diferencijalna jednačina razvoja procesa $\{p_t^0\}$, sa koeficijentima koji su vremenski promenljivi utoliko što obuhvataju koeficijente $\{p_t^1\}$. Možemo pokazati da ove linearne jednačine moraju imati linearno rešenje oblika (20). Pod pretpostavkom da je $p_t^1 = \overline{p}^1$ za svako $t \geq$ - 1 (A8) u obliku

$$E_t\left[A(L) p_{t+1}^0\right] = (\sigma_u - \overline{p}^1) w_t \tag{A10}$$

gde je

$$A(L) \equiv \beta - \left(1 + \beta + \frac{\kappa^2 \overline{\Delta}}{\lambda}\right) L + L^2.$$

(Ovde, $\overline{\Delta}$ je konstantna vrednost Δ_t podrazumevana konstantnom vrednošću $\overline{p}^1$). Faktorizacijom polinoma sa pomakom u (A10), lako se može pokazati da (A10) ima jedinstveno stacionarno rešenje, dato sa

$$p_t^0 = \mu p_{t-1}^0 - \mu(\sigma_u - \overline{p}^1)w_t, \tag{A11}$$

gde je $0 < \mu < 1$ manji koren karakteristične jednačine (24) date u tekstu. Pošto je $0 < \overline{\Delta} < 1$, može se pokazati da je $\mu^{RE} < \mu < 1$, gde je μ^{RE} koren slučaja RO (koji odgovara $\overline{\Delta} = 1$).

Zakon kretanja (A11) podrazumeva da ako je bezuslovna distribucija za p_{t-1}^0 $\mathrm{N}(\mu_{\mathrm{p,t-1}}, \sigma_{p,t-1}^2)$, onda je (uz pretpostavku da je w_t nezavisno identično raspodeljeno $N(0,1)$) bezuslovna raspodela za p_t^0 takođe normalna, sa srednjom vrednošću i varijacijom

$$\mu_{p,t} = \mu\mu_{p,t-1},\ \sigma_{p,t}^2 = \mu^2\left[\sigma_{p,t-1}^2 + (\sigma_u - \overline{p}^1)^2\right].$$

Ove diferencijalne jednačine imaju jedinstvenu fiksnu tačku, odgovarajući na stacionarnu ili ergodičku distribuciju podrazumevanu zakonom kretanja (A11), naime,

$$\overline{\mu}_p = 0,\ \overline{\sigma}_p^2 = \frac{\mu^2(\sigma_u - \overline{p}^1)^2}{1-\mu^2}.$$

Okrećem se implikacijama uslova (A9). Imajte na umu da za svaki period $t \geq 0$, leva strana ove jednačine obuhvata vrednosti tri količine $(p_{t-1}^1, \mathrm{p}_{\mathrm{t}}^1, p_{t+1}^1)$ i bezuslovnu zajedničku distribuciju $(p_{t-1}^0, \mathrm{p}_{\mathrm{t}}^0, p_{t+1}^0; w_t, w_{t+1})$. S obzirom na datu pretpostavku normalne distribucije $N(\mu_{p,t-1}, \sigma_{p,t-1}^2)$ za p_{t-1}^0 i zakon kretanja (20) za $\{p_t^0\}$ pod optimalnom politikom, možemo napisati ovu zajedničku distribuciju kao funkciju parametara $(\mu_{p,t-1}, \sigma_{p,t-1}^2)$ marginalne distribucije za p_{t-1}^0 i parametara (ψ_t, ψ_{t+1}) uslovne distribucije $(p_t^0, p_{t+1}^0, w_t, w_{t+1} \mid p_{t-1}^0)$.

Dakle, leva strana (A9) je funkcija oblika $g(p_{t-1}^1, p_t^1, p_{t+1}^1; \mu_{p,t-1}, \sigma_{p,t-1}^2; \psi_t, \psi_{t+1})$ kao što je navedeno u (22).

Koristeći rešenje dato iznad, za bezuslovnu zajedničku distribuciju $(p_{t-1}^0, \mathrm{p}_{\mathrm{t}}^0, p_{t+1}^0; w_t w_{t+1})$ u slučaju samo-konzistentnih početnih uslova, uslov (A9) onda postaje nelinearna diferencijalna jednačina drugog reda p_t^1. Primećujemo da je

$$E\left[L_4(p_{t-1}; p_t; w_t)\right] = \frac{\beta^2}{\theta}\left(\frac{\lambda}{\kappa^2}\right)^2 \frac{\overline{p}^1}{\overline{\Delta}^2}\left[a + 2b\overline{p}^1 + (\overline{p}^1)^2\right],$$

gde je

$$a \equiv E\left[(p_{t-1}^0 - u_t - \kappa x^* - \beta p_t^0)^2\right],$$
$$b \equiv E\left[w_t(p_t^0 - u_t - \kappa x^* - \beta p_t^0)\right].$$

Slično tome, može se pokazati da je

$$E\left[L_2(p_t; p_{t+1}; w_{t+1})\right] = \overline{p}^1 + \frac{\lambda}{\kappa^2 \overline{\Delta}}\left[\overline{p}^1 + b\right].$$

Dakle uslov (A9) jednak je

$$f(\overline{p}^1) \equiv \frac{\beta^2}{\theta}\left(\frac{\lambda}{\kappa^2}\right)^2 \frac{c}{\overline{\Delta}^2}\overline{p}^1 + \overline{p}^1 + \frac{\lambda}{\kappa^2 \overline{\Delta}}\left[\overline{p}^1 + b\right] = 0, \tag{A12}$$

gde je

$$c \equiv a + 2b\overline{p}^1 + (p^1)^2.$$

Robustna optimalna linearna politika onda postoji ako i samo ako (A12) ima rešenje $\overline{p}^1$ koje zadovoljava granicu (A6).

Kada se $\{p_t^0\}$ razvija u skladu sa stacionarnom dinamikom (A11), gore navedene definicije podrazumevaju da je

$$a = (\kappa x^*)^2 + \frac{(1-\beta\mu)^2 \mu^2}{1-\mu^2}(\sigma_u - \overline{p}^1)^2 + \left[(1-\beta\mu)\sigma_u + \beta\mu\overline{p}^1\right]^2$$
$$b = -(1-\beta\mu)\sigma_u - \beta\mu\overline{p}^1.$$

Pored toga, primećujemo da je $a = a_0 + b^2$, gde je

$$a_0 \equiv (\kappa x^*)^2 + \frac{(1-\beta\mu)^2 \mu^2}{1-\mu^2}(\sigma_u - \overline{p}^1)^2 > 0$$

Dakle,

$$c = a_0 + (b + \overline{p}^1)^2 > 0$$

može biti pripojeno svim prihvatljivim vrednostima $\overline{p}^1$. Zamenom ove funkcije $\overline{p}^1$ za c i (16) za $\overline{\Delta}$ u (A12) daje nelinearnu jednačinu u $\overline{p}^1$ koja je numerički rešena u cilju da proizvede sliku 1.

Lako se može pokazati da rešenje ove jednačine u prihvatljivom opsegu mora da postoji. Imajmo na umu, prvo, da (A6) može alternativno biti napisano u formi

$$\left|\overline{p}^1\right| < \hat{p}^1 \equiv \frac{\kappa}{\lambda^{1/2}}\frac{\theta^{1/2}}{\beta}. \tag{A13}$$

Sledeće primećujemo da je

$$f(0) = \frac{\lambda}{\kappa^2 \overline{\Delta}} b = -\frac{\lambda}{\kappa^2}(1-\beta\mu)\sigma_u < 0 \; .$$

S druge strane, u slučaju bilo kakvog konačnog θ, kako $p^1 \to \hat{p}^1$, prvi termin u izrazu (A12) postaje veći od druga dva termina, tako da je $f(p^1) > 0$ za bilo koju vrednost p^1 dovoljno blizu (iako još uvek ispod) granici. Pošto je funkcija $f(\bullet)$ dobro definisana i neprekidna u celom intervalu $[0, \hat{p}^1)$, mora postojati srednja vrednost $0 < \overline{p}^1 < \hat{p}^1$ pri kojoj je $f(\overline{p}^1) = 0$. Takva vrednost zadovoljava i (A6) i (A12), i tako opisuje robustnu optimalnu linearnu politiku.

Dalje možemo potvrditi da je

$$0 < \overline{p}^1 < \mu\sigma_u, \tag{A14}$$

kao što je navedeno u tekstu. Kada se procenjuju vrednosti $p^1 = \mu\sigma_u$, druga dva termina u (A12) su jednaki

$$-\frac{\lambda}{\kappa^2 \overline{\Delta}} P(\mu)\sigma_u = 0$$

gde je $P(\mu)$ polinom definisan u (24). Štaviše, u ograničavajućem slučaju u kom $\theta \to \infty$ (slučaj RO), prvi termin u uslovu (A12) je jednak nuli, tako da je $f(\mu\sigma_u) = 0$, i $\overline{p}^1 = \mu\sigma_u$ predstavlja rešenje. Umesto toga, kada je θ konačno, prvi termin je nužno pozitivan, tako da je $f(\mu\sigma_u) > 0$. Ako je $\mu\sigma_u < \hat{p}^1$, to podrazumeva da postoji rešenje za (A9) tako da (A14) stoji. Ako je, umesto toga, $\hat{p}^1 \leq \mu\sigma_u$, onda (A14) sledi iz rezultata iz prethodnog pasusa. Dakle, u bilo kom slučaju, robustna optimalna politika zadovoljava (A14) za bilo koje konačno θ, dok gornja granica važi sa jednakošću u graničnom slučaju beskonačnog θ.

Zamena zakona kretanja (A11) za p_t^0 u (15) dovodi do rešenja

$$\overline{\pi}_t = \Lambda p_t^0 + \beta^{-1}(\overline{\Delta}^{-1} - 1)\kappa x^*,$$

gde je

$$\Lambda \equiv \overline{\Delta}^{-1} - \beta^{-1}\mu^{-1}(\overline{\Delta}^{-1} - 1) < 1.$$

A3. Postojanje i stabilnost robustne linearne MSR

Robustna linearna MSR odgovara paru $(\overline{p}^1, \overline{\Delta})$ koji zadovoljava jednačine

$$\overline{p}^1 = \frac{\lambda}{\kappa^2 \overline{\Delta} + \lambda} \sigma_u > 0, \tag{A15}$$

$$\overline{\Delta} = 1 - \frac{\beta^2}{\theta} \frac{\lambda}{\kappa^2} \left| \overline{p}^1 \right|^2 \tag{A16}$$

sa $\overline{\Delta} > 0$ tako da je zadovoljeno (A6). Ekvivalentno tome, tražimo rešenja za dve jednačine u intervalu $0 < \overline{p}^1 < \hat{p}^1$, gde je $\hat{p}^1$ definisano sa (A13).

Ako pišemo ove jednačine kao $\overline{\Delta} = \Delta_1(\overline{p}^1)$ i $\overline{\Delta} = \Delta_2(\overline{p}^1)$, respektivno, primetićemo da kada se $\Delta_1(p)$ smanjuje, imamo strogo konkavnu funkciju za svako $p > 0$, a kada se $\Delta_2(p)$ smanjuje, imamo strogo konveksnu funkciju unutar istog domena. Štaviše, $\Delta_1(p) < \Delta_2(p)$ za svako dovoljno malo $p > 0$, kao i za svako dovoljno veliko p. Dakle, *ili* nema ukrštanja dve krive sa $\overline{p}^1 > 0$, ili *dva* ukrštanja, ili jedno ukrštanje u tangentnoj tački dve krive.

Takođe možemo pokazati da je $\Delta'_2(p)$ manje od, jednako, ili veće od $\Delta'_1(p)$, u zavisnosti od toga da li je p manje od, jednako ili veće od $\tilde{p}^1$, gde je

$$\tilde{p}^1 \equiv \left(\frac{\theta}{\beta^2} \frac{\sigma_u}{2} \right)^{1/3} > 0.$$

Iz ovoga sledi da postoje dva ukrštanja ako i samo ako je $\Delta_2(\tilde{p}^1) < \Delta_1(\tilde{p}^1)$, koje stoji ako i samo ako $\sigma_u < \sigma_u^*$, gde je σ_u^* definisano kao u (37). Slično tome, dve krive su tangente jedna na drugu ako i samo ako je $\sigma_u = \sigma_u^*$; dve krive se ne seku ako i samo ako je $\sigma_u > \sigma_u^*$.

Ostaje da se razmotri koliko se takvih preseka dešava u intervalu $0 < \overline{p}^1 < \hat{p}^1$. Primećujemo da postoji tačno jedno rešenje u tom intervalu (a time i jedinstvena robustna linearna MSR) ako i samo ako je $\Delta_2(\hat{p}^1) < 0$, što važi ako i samo ako je $\sigma_u < \hat{p}^1$. Kada je $\sigma_u = \hat{p}^1$ tačno, $\Delta_2(\hat{p}^1) = \Delta_1(\hat{p}^1) = 0$, i krive se seku u $\overline{p}^1 = \hat{p}^1$. To je veće od dva rešenja za $\overline{p}^1$ ako i samo ako je

$$\Delta'_1(\hat{p}^1) < \Delta'_2(\hat{p}^1), \tag{A17}$$

koje važi ako i samo ako je $\lambda\kappa^2 < 2$. U ovom slučaju, postoje dva rešenja u intervalu $(0, \hat{p}^1)$ za svako $\sigma_u < \sigma_u^*$; jedinstven presek ako je $\sigma_u = \sigma_u^*$ i nema preseka ako je $\sigma_u > \sigma_u^*$.

Ako je, umesto toga, $\lambda / \kappa^2 > 2$, onda je nejednakost u (A17) obrnuta, i kada je $\sigma_u = \hat{p}^1$, ukrštanje u $\overline{p}^1 = \hat{p}^1$ je manje od dva rešenja. Zatim, nema rešenja sa $\overline{p}^1 < \hat{p}^1$ za bilo koje $\sigma_u \geq \hat{p}^1$.

Analiza „izuzetne stabilnosti" koja je predložena u tekstu obuhvata svojstva mape

$$\Phi(p) \equiv \Delta_2^{-1}(\Delta_1(p)).$$

Formalno, fiksna tačka $\overline{p}^1$ u odnosu na Φ (što odgovara preseku dve krive proučavane gore) je izuzetno stabilna ako i samo ako postoji okruženje P od $\overline{p}^1$, takvo da je

$$\lim_{n \to \infty} \Phi^n(p) = \overline{p}^1$$

za bilo koje $p \in P$. Naša zapažanja gore u vezi sa navedenim funkcijama $\Delta_1(\cdot), \Delta_2(\cdot)$ impliciraju da je $\Phi(\cdot)$ monotono rastuća funkcija. Stoga, fiksna tačka $\overline{p}^1$ je stabilna ako i samo ako je $\Phi'(\overline{p}^1) < 1$, koje je zadovoljeno ako i samo ako je

$$\Delta'_2(\overline{p}^1) < \Delta'_1(\overline{p}^1) < 0. \tag{A18}$$

Zbog konkavnosti $\Delta_1(\cdot)$ i konveksnosti $\Delta_2(\cdot)$, ovaj uslov nužno važi u fiksnoj tački sa manjom vrednošću $\overline{p}^1$, a ne na većoj vrednosti.

Na kraju, razmotrimo način na koji se $\overline{p}^1$, menja kada se θ smanjuje (ukazujući na to da je moguć širi opseg uverenja o SRO). Dozvoljavanje da $\overline{p}^1$ bude implicitno definisano jednačinom

$$\Delta_1(\overline{p}^1) = \Delta_2(\overline{p}^1),$$

teoremom implicitne funkcije moguće je pokazati da je $d\overline{p}^1 / d\theta < 0$.

Prevod: Emilija Beker Pucar, Jelena Mlađenović.

Literatura

Clarida, Richard, Jordi Galí, and Mark Gertler. 1999. "The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective." *Journal of Economic Literature*, 37(4): 1661–1707.

Dennis, Richard. 2007. "Model Uncertainty and Monetary Policy." Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper 2007–09.

Evans, George W., and Seppo Honkapohja. 2001. *Learning and Expectations in Macroeconomics*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Evans, George W., and Seppo Honkapohja. 2003. "Expectations and the Stability Problem for Optimal Monetary Policies." *Review of Economic Studies*, 70(4): 807–824.

Gaspar, Vitor, Frank Smets, and David Vestin. 2006. "Adaptive Learning, Persistence, and Optimal Monetary Policy." *Journal of the European Economic Association*, 4(2–3): 376–385.

Giannoni, Marc P. 2002. "Does Model Uncertainty Justify Caution? Robust Optimal Monetary Policy in a Forward-Looking Model." *Macroeconomic Dynamics*, 6(1): 111–144.

Hansen, Lars Peter, and Thomas J. Sargent. 2003. "Robust Control of Forward-Looking Models." *Journal of Monetary Economics*, 50(3): 581–604.

Hansen, Lars Peter, and Thomas J. Sargent. 2005. "Robust Estimation and Control under Commitment." *Journal of Economic Theory*, 124(2): 248–301.

Hansen, Lars Peter, and Thomas J. Sargent. 2007a. "Recursive Robust Estimation and Control without Commitment." *Journal of Economic Theory*, 136(1): 1–27.

Hansen, Lars Peter, and Thomas J. Sargent. 2007b. *Robustness*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Hansen, Lars Peter, Thomas J. Sargent, Gauhar Turmuhambetova, and Noah Williams. 2006. "Robust Control and Model Misspecification." *Journal of Economic Theory*, 128(1): 45–90.

Karantounias, Anastasios G., Lars Peter Hansen, and Thomas J. Sargent. 2007. "Ramsey Taxation and Fear of Misspecification." http://www.atl-res.com/ Tasos/job market paper.pdf.

Leitemo, Kai, and Ulf Soderstrom. 2008. "Robust Monetary Policy in the New Keynesian Framework." *Macroeconomic Dynamics*, 12(1): 126–135.

Orphanides, Athanasios, and John C. Williams. 2005. "Imperfect Knowledge, Inflation Expectations, and Monetary Policy." In *The Inflation-Targeting Debate,* ed. Ben S. Bernanke and Michael Woodford, 201–234. Chicago: University of Chicago Press.

Orphanides, Athanasios, and John C. Williams. 2007. "Robust Monetary Policy with Imperfect Knowledge." *Journal of Monetary Economics*, 54(5): 1406–1435.

Strzalecki, Tomasz. 2008. "Axiomatic Foundations of Multiplier Preferences." http://strzalecki.com/pdf/strzalecki-mult.pdf.

Svec, Justin. 2008. "Optimal Fiscal Policy with Robust Control." http://www.columbia.edu/jcs2104/research/paper.pdf.

Walsh, Carl E. 2004. "Robustly Optimal Instrument Rules and Robust Control: An Equivalence Result." *Journal of Money, Credit, and Banking*, 36(6): 1105–1113.

Woodford, Michael. 2003. *Interest and Prices*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Woodford, Michael. 2005. “Robustly Optimal Monetary Policy with Near-Rational Expectations.” National Bureau of Economic Research Working Paper 11896.

Woodford, Michael. 2006. “An Example of Robustly Optimal Monetary Policy with Near-Rational Expectations.”*Journal of the European Economic Association*, 4(2–3): 386–395.

THIS PAGE INTENTIONALLY LEFT BLANK